

Министерство образования Иркутской области
Государственное автономное учреждение Иркутской области
«Центр оценки профессионального мастерства, квалификаций педагогов и
мониторинга качества образования»

**Методический анализ результатов
основного государственного экзамена
по математике
в Иркутской области в 2023 году**

Иркутск, 2023 г.

Методический анализ результатов основного государственного экзамена по математике в Иркутской области в 2023 году / Составители: Гаер М.А., канд. техн. наук, доцент, Зенцов А.Г., Лапина Е.С. канд. ф.-м. наук, доцент.

В методическом анализе представлены данные о результатах ОГЭ в Иркутской области. Проведены анализ результатов ОГЭ по учебному предмету и анализ типичных затруднений выпускников региона при выполнении заданий ОГЭ. Даны рекомендации по совершенствованию преподавания учебного предмета для всех обучающихся, а также по организации дифференцированного обучения школьников с разным уровнем предметной подготовки.

Анализ может быть использован:

– специалистами органов исполнительной власти, осуществляющих государственное управление в сфере образования, для принятия управленческих решений по совершенствованию процесса обучения;

– специалистами организаций дополнительного профессионального образования при разработке и реализации дополнительных профессиональных программ повышения квалификации учителей и руководителей образовательных организаций;

– методическими объединениями учителей-предметников при планировании обмена опытом работы и распространении эффективных методик обучения учебному предмету и подготовки обучающихся к государственной итоговой аттестации;

– руководителями образовательных организаций и учителями-предметниками при планировании учебного процесса и выборе технологий обучения.

СОДЕРЖАНИЕ

Перечень условных обозначений, сокращений и терминов	4
1. КОЛИЧЕСТВО УЧАСТНИКОВ ОГЭ ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ (ЗА ПОСЛЕДНИЕ ГОДЫ ПРОВЕДЕНИЯ ОГЭ ПО ПРЕДМЕТУ) ПО КАТЕГОРИЯМ.....	5
2. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОГЭ ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ	7
2.1 Диаграмма распределения первичных баллов участников ОГЭ по предмету в 2023 г.....	7
2.2 Динамика результатов ОГЭ по предмету	8
2.3 Результаты ОГЭ по АТЕ региона.....	8
2.4 Результаты по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки с учетом типа ОО	10
2.5 Выделение перечня ОО, продемонстрировавших наиболее высокие результаты ОГЭ по предмету.....	10
2.6 Выделение перечня ОО, продемонстрировавших самые низкие результаты ОГЭ по предмету.....	12
2.7 ВЫВОДЫ о характере результатов ОГЭ по предмету в 2023 году и в динамике	14
3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ КИМ ОГЭ	18
3.1 Краткая характеристика КИМ по предмету	18
3.2 Статистический анализ выполнения заданий КИМ ОГЭ	20
3.3 Содержательный анализ выполнения заданий КИМ ОГЭ.....	27
3.4 Анализ метапредметных результатов обучения, повлиявших на выполнение заданий КИМ	51
3.5 Выводы об итогах анализа выполнения заданий, групп заданий.....	59
4. РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ ПО СОВЕРШЕНСТВОВАНИЮ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА	63
4.1 Рекомендации по совершенствованию преподавания учебного предмета для всех обучающихся.....	63
4.2 Рекомендации по организации дифференцированного обучения школьников с разным уровнем предметной подготовки.....	65

Перечень условных обозначений, сокращений и терминов

АТЕ	Административно-территориальная единица
ГИА-9	Государственная итоговая аттестация по образовательным программам основного общего образования
КИМ	Контрольные измерительные материалы
ОГЭ	Основной государственный экзамен
ОИВ	Орган исполнительной власти субъекта Российской Федерации, осуществляющие государственное управление в сфере образования
ОО	Образовательная организация, осуществляющая образовательную деятельность по имеющей государственную аккредитацию образовательной программе
РИС	Региональная информационная система обеспечения проведения государственной итоговой аттестации обучающихся, освоивших основные образовательные программы основного общего и среднего общего образования
Рособрнадзор, РОН	Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки
Участник ОГЭ / участник экзамена / участник	Обучающиеся, допущенные в установленном порядке к ГИА в форме ОГЭ
Учебник	Учебник из Федерального перечня допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего и среднего общего образования
ФПУ	Федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего и среднего общего образования

**Методический анализ результатов ОГЭ
по учебному предмету
«Математика»**

**1. КОЛИЧЕСТВО УЧАСТНИКОВ ОГЭ ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ
(ЗА ПОСЛЕДНИЕ ГОДЫ ПРОВЕДЕНИЯ ОГЭ ПО ПРЕДМЕТУ) ПО
КАТЕГОРИЯМ**

Таблица -1

№ п/п	Участники ОГЭ	2021 г.		2022 г.		2023 г.	
		чел.	%	чел.	%	чел.	%
1.	Обучающиеся СОШ	20 974	83,0	21 792	84,7	23 963	84,2
2.	Обучающиеся лицеев	1 507	6,0	1 395	5,4	1 360	4,8
3.	Обучающиеся гимназий	1 202	4,8	1 190	4,6	1 276	4,5
4.	Обучающиеся СОШ с углубленным изучением предметов	792	3,1	835	3,3	995	3,5
5.	Обучающиеся ООШ	663	2,6	630	2,4	773	2,7
6.	Обучающиеся вечерних/открытых сменных ОШ	137	0,5	191	0,7	199	0,7
7.	Обучающиеся коррекционных школ	10	0,04	20	0,08	10	0,04
8.	Участники с ограниченными возможностями здоровья	99	0,4	154	0,6	131	0,5
9.	Участники, не завершившие обучение в предыдущие годы	8	0,03	330	1,27	128	0,5

В течение трех лет рассматриваемого периода количество выпускников, принявших участие в ОГЭ по математике, постоянно возрастает, хотя и не очень существенно. Так, в 2021 году их было 25 285 человек, в 2022 – 26 053 участника (плюс 3% по отношению к числу участников в предыдущем году), а в 2023 году – уже 28 576 участников (а это примерно плюс 10% к числу участников в 2022 году). Как известно, экзамен по математике является обязательным, то есть его должны сдавать все учащиеся 9-го класса. Тогда можно сделать вывод, что количество выпускников девятых классов за последние три года выросло почти на 13%, вероятно, из-за повышения рождаемости в соответствующие годы.

Доля выпускников лицеев и гимназий немного уменьшается от года к году, как в абсолютном значении, так и в относительном. Это примерно по 100 человек в год, что составляет около 0,5%.

Совсем не значительно, но все же увеличилось в течение последних трех лет количество обучающихся СОШ с углубленным изучением предметов: на 203 выпускника (на 0,4%).

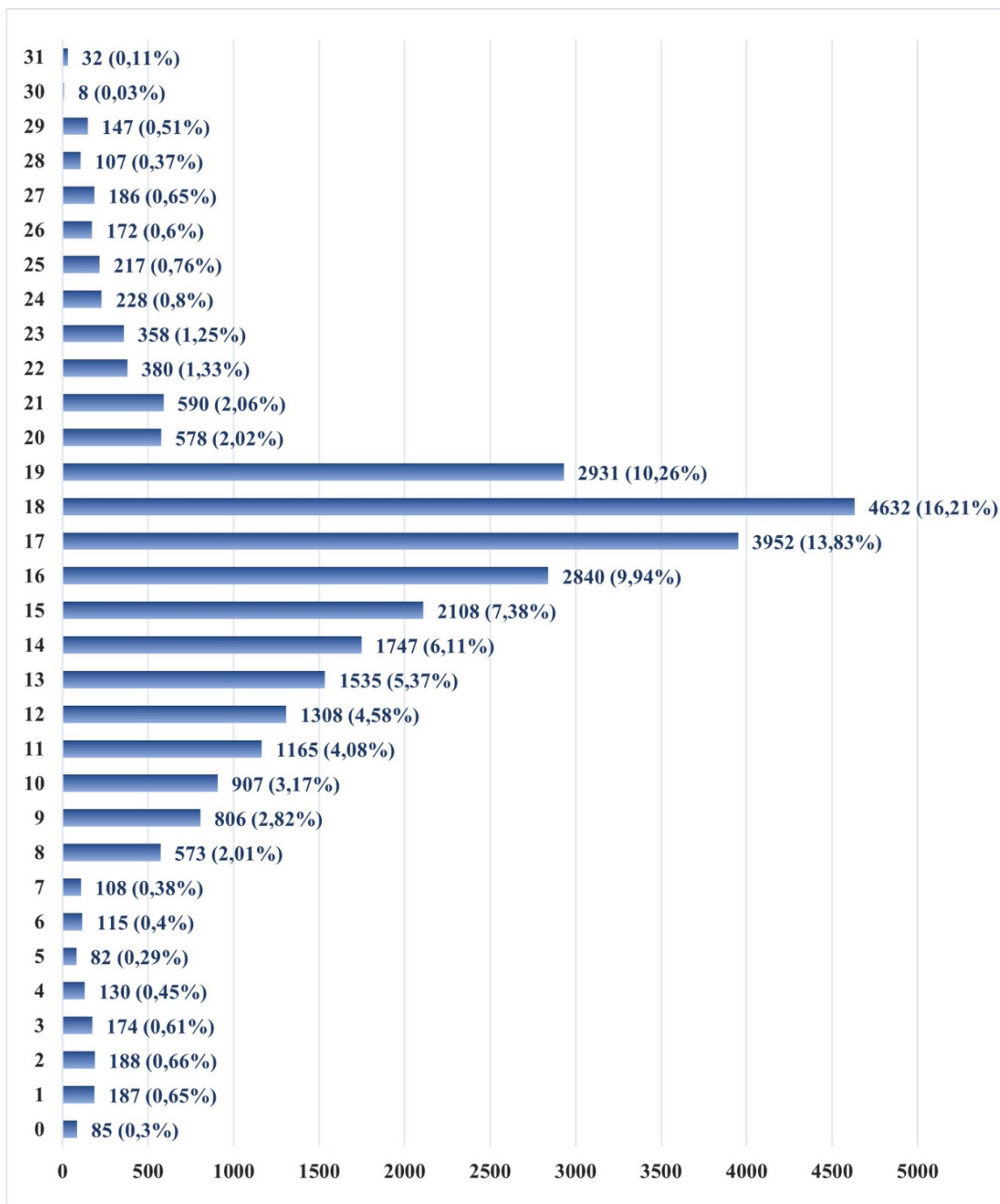
Относительные значения доли выпускников СОШ показывают небольшие колебания в ту или иную сторону, но это не превышает 1-2%. Однако в абсолютных значениях число выпускников СОШ увеличилось примерно на 3000 человек. Это связано, на наш взгляд, с увеличением общего числа участников экзамена.

Количество участников с ограниченными возможностями здоровья в 2022 году увеличилось по сравнению с 2021 годом с 99 до 154 участников, а в 2023 году таких участников стало меньше (131 выпускник). В процентном соотношении от числа всех участников изменения небольшие – 0,1-0,2%.

Таким образом, мы видим, что общее количество участников ОГЭ по математике за последние три года увеличилось на 3291 выпускника, что, как мы уже и писали выше, скорее всего, связано с увеличением рождаемости в соответствующие годы. Однако по категориям участников колебания совсем незначительные, как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения доли участников. Значит, в процентном отношении это можно расценивать как статистические погрешности. А значит, доля участников ОГЭ по математике в последние годы по категориям участников, можно сказать, не меняется.

2. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОГЭ ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ

2.1. Диаграмма распределения первичных баллов участников ОГЭ по предмету в 2023 г. (количество участников, получивших тот или иной балл)



2.2. Динамика результатов ОГЭ по предмету

Таблица -2

Получили отметку	2021 г.		2022 г.		2023 г.	
	чел.	%	чел.	%	чел.	%
«2»	2 688	10,6	1 317	5,1	1 217	4,3
«3»	14 325	56,7	11 306	43,4	7 895	27,6
«4»	7 182	28,4	11 915	45,7	17 629	61,7
«5»	1 090	4,3	1 515	5,8	1 835	6,4

2.3. Результаты ОГЭ по АТЕ региона

Таблица -3

№ п/п	АТЕ	Всего участников	«2»		«3»		«4»		«5»	
			чел.	%	чел.	%	чел.	%	чел.	%
1	Ангарский городской округ	2566	105	4,1	778	30,3	1464	57,1	219	8,5
2	Зиминское городское МО	383	11	2,9	147	38,4	213	55,6	12	3,1
3	Зиминское районное МО	149	7	4,7	58	38,9	82	55	2	1,3
4	г. Иркутск	7546	236	3,1	1605	21,3	4879	64,7	826	10,9
5	Иркутское районное муниципальное образование	1767	28	1,6	510	28,9	1180	66,8	49	2,8
6	МО Аларский район	262	7	2,7	63	24	188	71,8	4	1,5
7	МО Балаганский район	97	5	5,2	18	18,6	71	73,2	3	3,1
8	Баяндаевский муниципальный район	153	0	0	20	13,1	121	79,1	12	7,8
9	МО Боханский район	307	14	4,6	77	25,1	210	68,4	6	2
10	МО "Братский район"	573	65	11,3	170	29,7	329	57,4	9	1,6
11	МО город Саянск	428	6	1,4	108	25,2	286	66,8	28	6,5
12	МО город Свирск	153	2	1,3	42	27,5	103	67,3	6	3,9
13	МО "город Тулун"	504	14	2,8	94	18,7	384	76,2	12	2,4
14	МО город Усолье-Сибирское	968	53	5,5	291	30,1	574	59,3	50	5,2
15	МО город Усть-Илимск	751	17	2,3	206	27,4	466	62,1	62	8,3
16	МО город Черемхово	577	7	1,2	151	26,2	384	66,6	35	6,1
17	МО г. Бодайбо и района	187	6	3,2	84	44,9	88	47,1	9	4,8
18	МО города Братска	2451	130	5,3	574	23,4	1591	64,9	156	6,4
19	МО Жигаловский район	117	6	5,1	37	31,6	73	62,4	1	0,9

№ п/п	АТЕ	Всего участников	«2»		«3»		«4»		«5»	
			чел.	%	чел.	%	чел.	%	чел.	%
20	МО Заларинский район	363	22	6,1	79	21,8	250	68,9	12	3,3
21	МО Иркутской области Казачинско-Ленский район	247	16	6,5	102	41,3	118	47,8	11	4,5
22	МО Катангский район	29	2	6,9	12	41,4	15	51,7	0	0
23	МО Качугский район	190	13	6,8	52	27,4	117	61,6	8	4,2
24	МО Киренский район	225	5	2,2	56	24,9	151	67,1	13	5,8
25	МО Куйтунский район	366	29	7,9	149	40,7	183	50	5	1,4
26	МО Мамско-Чуйского района	16	1	6,3	5	31,3	9	56,3	1	6,3
27	МО Нижнеилимский район	593	32	5,4	194	32,7	338	57	29	4,9
28	МО "Нижнеудинский район"	735	41	5,6	214	29,1	463	63	17	2,3
29	МО Нукутский район	215	20	9,3	63	29,3	130	60,5	2	0,9
30	Осинский муниципальный район	336	14	4,2	108	32,1	201	59,8	13	3,9
31	Слюдянский муниципальный район ИО	506	24	4,7	136	26,9	333	65,8	13	2,6
32	МО Тайшетский район	931	71	7,6	369	39,6	466	50,1	25	2,7
33	МО Тулунский район	235	21	8,9	94	40	112	47,7	8	3,4
34	МО Усть-Илимский район	146	14	9,6	63	43,2	68	46,6	1	0,7
35	МО "Эхирит- Булагатский район"	492	22	4,5	112	22,8	338	68,7	20	4,1
36	Ольхонское районное МО	128	8	6,3	41	32	73	57	6	4,7
37	Районное МО Усть- Удинский район	175	2	1,1	53	30,3	116	66,3	4	2,3
38	Усольский муниципальный район Иркутской области	535	28	5,2	170	31,8	323	60,4	14	2,6
39	Усть-Кутское МО	658	33	5	228	34,7	367	55,8	30	4,6
40	Черемховское районное МО	303	26	8,6	112	37	155	51,2	10	3,3
41	Чунское районное МО	402	38	9,5	162	40,3	194	48,3	8	2
42	МО Шелеховский муниципальный район	811	16	2	288	35,5	423	52,2	84	10,4

2.4. Результаты по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки с учетом типа ОО¹

Таблица -4

№ п/п	Участники ОГЭ	Доля участников, получивших отметку					
		«2»	«3»	«4»	«5»	«4» и «5» (качество обучения)	«3», «4» и «5» (уровень обученности)
1.	Обучающиеся СОШ	4,5	29,5	62	3,9	65,9	95,5
2.	Обучающиеся лицеев	0,2	9,8	56,8	33,2	90	99,8
3.	Обучающиеся гимназий	0,6	11,4	66,8	21,2	88	99,4
4.	Обучающиеся с углубленным изучением отдельных предметов	0,9	14	68	17,1	85,1	99,1
5.	Обучающиеся ООШ	7,5	38,9	52	1,6	53,6	92,5
6.	Обучающиеся вечерних/открытых сменных ОШ	24,6	48,7	26,6	0	26,6	75,4
7.	Обучающиеся коррекционных школ	0	60	30	10	40	100
8.	Участники с ограниченными возможностями здоровья	10,6	36,4	44,7	8,3	53,0	89,4
9.	Участники, не завершившие обучение в предыдущие годы	33,6	50,8	15,6	0	15,6	66,4

2.5. Выделение перечня ОО, продемонстрировавших наиболее высокие результаты ОГЭ по предмету²

В перечень ОО, продемонстрировавших наиболее высокие результаты ОГЭ по предмету, могут входить от 5 до 15% от общего числа ОО в Иркутской области. Всего в ОГЭ 2023 года по математике приняли участие 764 ОО Иркутской области. А не менее чем с 18 участниками 408 ОО, значит, в данный перечень должны входить от 21 до 61 организации. Таким образом, в таблице 2-5 представлен список образовательных организаций, у которых:

1) доля участников ОГЭ, получивших отметки «4» и «5», имеет максимальные значения (не ниже 89%);

2) доля участников ОГЭ, получивших неудовлетворительную отметку, имеет нулевое значение;

¹ Указывается доля обучающихся от общего числа участников по предмету.

² Анализ проводится, если количество участников в этом ОО достаточное для получения статистически достоверных результатов для сравнения.

3) количество участников в ОГЭ-2023 не менее 18 человек – минимальный полноценный один класс.

Таблица -5

№ п/п	Название ОО	Доля участников, получивших отметку «2»	Доля участников, получивших отметки «4» и «5» (качество обучения)	Доля участников, получивших отметки «3», «4» и «5» (уровень обученности)
1.	МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска (113 чел.)	0	100	100
2.	МБОУ г. Иркутска лицей № 2 (85 чел.)	0	100	100
3.	МБОУ г. Иркутска гимназия № 1 (54 чел.)	0	100	100
4.	МБОУ "Баяндаевская СОШ" (Баяндаевский муниципальный район) (45 чел.)	0	97,8	100
5.	МОУ "Гимназия им. В.А. Надькина" (МО город Саянск) (43 чел.)	0	97,7	100
6.	МБОУ "Лицей № 2" (МО города Братска) (72 чел.)	0	97,2	100
7.	МБОУ "Лицей № 1" (МО города Братска) (53 чел.)	0	96,2	100
8.	МБОУ г. Иркутска лицей № 3 (123 чел.)	0	95,9	100
9.	МБОУ "Лицей № 1" (МО город Усолье-Сибирское) (46 чел.)	0	93,5	100
10.	МБОУ "Гимназия № 1" (Ангарский городской округ) (76 чел.)	0	92,1	100
11.	МБОУ г. Иркутска Лицей № 1 (73 чел.)	0	91,8	100
12.	МБОУ Боханская СОШ № 2 (МО Боханский район) (24 чел.)	0	91,7	100
13.	МАОУ ЦО № 47 г. Иркутска (138 чел.)	0	91,3	100
14.	МБОУ Гимназия № 44 г. Иркутска (143 чел.)	0	90,9	100
15.	МОУ Лицей (Усть-Кутское МО) (33 чел.)	0	90,9	100
16.	МБОУ г. Иркутска СОШ № 71 им. Н.А. Вилкова (64 чел.)	0	90,6	100
17.	МОУ Захальская СОШ (МО "Эхирит-Булагатский район") (21 чел.)	0	90,5	100
18.	МБОУ г. Иркутска СОШ с углубленным изучением отдельных предметов №14 (191 чел.)	0	90,1	100
19.	МБОУ г. Иркутска СОШ № 11 с углублённым изучением отдельных предметов имени И.А. Дрица (86 чел.)	0	89,5	100
20.	Школа-интернат № 24 ОАО "РЖД" (МО Тайшетский район) (19 чел.)	0	89,5	100

№ п/п	Название ОО	Доля участников, получивших отметку «2»	Доля участников, получивших отметки «4» и «5» (качество обучения)	Доля участников, получивших отметки «3», «4» и «5» (уровень обученности)
21.	МАОУ "Ангарский лицей № 2 им. М.К.Янгеля" (Ангарский городской округ) (113 чел.)	0	89,4	100
22.	Школа-интернат №23 ОАО РЖД (Слюдянский муниципальный район ИО) (55 чел.)	0	89,1	100
23.	МБОУ "СОШ № 10" (Ангарский городской округ) (73 чел.)	0	89	100

2.6. Выделение перечня ОО, продемонстрировавших самые низкие результаты ОГЭ по предмету

В перечень ОО, продемонстрировавших низкие результаты ОГЭ по предмету, должны входить от 5 до 15% от общего числа ОО в Иркутской области. Всего в ОГЭ по математике приняли участие 764 ОО Иркутской области. А не менее чем с 18 участниками 408 ОО, значит, в данный перечень должны входить не менее 21 организации. В таблице 6 представлен список образовательных организаций, у которых:

- 1) доля участников ОГЭ, получивших отметку «2», имеет максимальные значения (15% и выше);
- 2) доля участников ОГЭ, получивших отметки «4» и «5», имеет минимальные значения (менее 55%);
- 3) количество участников в ОГЭ-2023 не менее 18 человек.

Всего в перечень вошли 24 образовательные организации, что составляет примерно 5,8% от всех участвовавших в ОГЭ ОО Иркутской области с количеством участников экзамена 18 и более.

Таблица -6

№ п/п	Название ОО	Доля участников, получивших отметку «2»	Доля участников, получивших отметки «4» и «5» (качество обучения)	Доля участников, получивших отметки «3», «4» и «5» (уровень обученности)
1.	МБОУ г. Иркутска ЦО № 10 (44 чел.)	50	20,5	50
2.	МБОУ "О(С)ОШ № 1" (МО города Братска) (44 чел.)	47,7	45,5	52,3
3.	МКОУ "Тангуйская СОШ" (МО "Братский район") (21 чел.)	42,9	14,3	57,1
4.	МБОУ "О(С)ОШ № 2" (МО города Братска) (33 чел.)	39,4	36,4	60,6
5.	МБОУ СОШ № 49 (Слюдянский муниципальный район ИО) (25 чел.)	36	12	64
6.	МКОУ "Лермонтовская СОШ" (МО Куйтунский район) (20 чел.)	30	40	70
7.	МОБУ СОШ № 5 п. Новочунка (Чунское районное МО) (34 чел.)	29,4	32,4	70,6
8.	МКОУ Шиткинская СОШ (МО Тайшетский район) (24 чел.)	29,2	41,7	70,8
9.	МКОУ "Турманская СОШ" (МО "Братский район") (18 чел.)	27,8	16,7	72,2
10.	МБОУ "ВСОШ № 9" (МО города Братска) (30 чел.)	26,7	26,7	73,3
11.	МБОУ г. Иркутска ООШ №8 (36 чел.)	25	36,1	75
12.	МБОУ "Русско-Янгутская СОШ" (Осинский муниципальный район) (20 чел.)	25	35	75
13.	МБОУ "СОШ № 12" (Ангарский городской округ) (69 чел.)	23,2	37,7	76,8
14.	МКОУ Карымская СОШ (МО Куйтунский район) (25 чел.)	20	36	80
15.	МБОУ "Хужирская СОШ" (Ольхонское районное МО) (24 чел.)	16,7	45,8	83,3
16.	МБОУ "СОШ № 38" (Ангарский городской округ) (54 чел.)	16,7	44,4	83,3
17.	МКОУ Тулинская СОШ (МО Куйтунский район) (18 чел.)	16,7	33,3	83,3
18.	МБОУ "ООШ № 21" (Ангарский городской округ) (18 чел.)	16,7	0	83,3
19.	МБОУ "СОШ № 5" (МО города Братска) (49 чел.)	16,3	51	83,7
20.	МОУ "Железнодорожная СОШ № 1" (МО Усть-Илимский район) (31 чел.)	16,1	48,4	83,9

№ п/п	Название ОО	Доля участников, получивших отметку «2»	Доля участников, получивших отметки «4» и «5» (качество обучения)	Доля участников, получивших отметки «3», «4» и «5» (уровень обученности)
21.	МКОУ "Ульканская ООШ № 1" (МО Иркутской области Казачинско-Ленский район) (19 чел.)	15,8	42,1	84,2
22.	МКОУ СОШ № 17 р.п. Юрты (МО Тайшетский район) (26 чел.)	15,4	38,5	84,6
23.	МКОУ СОШ с. Лохово (Черемховское районное МО) (26 чел.)	15,4	30,8	84,6
24.	МОБУ СОШ № 3 р.п. Октябрьский (Чунское районное МО) (33 чел.)	15,2	48,5	84,8

2.7. ВЫВОДЫ о характере результатов ОГЭ по предмету в 2023 году и в динамике

Из диаграммы распределения первичных баллов участников ОГЭ по математике в 2023 г. видно, что максимальный балл (30 и 31) набрали, традиционно, немногие – 8 и 32 человека соответственно (всего 40). Это лишь сотые доли процента. В 2022 году таких участников было ненамного больше: 22 и 31 выпускник (всего 53), а в 2021 году таких выпускников было особенно мало – 10 и 11 человек соответственно (всего 21).

С другой стороны, 0 баллов в 2023 году набрали 85 выпускников (это чуть больше, чем в 2022 году (там было 77), но уже меньше, чем в 2021 году (там было 95 участников)), а от 1 до 7 – примерно по 100-200 выпускников на каждый балл, что составляет примерно по 3,5% от числа всех выпускников. Для сравнения, в 2022 и 2021 годах эти показатели были значительно выше – 4,2% и 9,9% соответственно.

Наибольшее количество результатов выпускников распределилось в диапазоне от 11 до 19 баллов – 1200-4600 выпускников на каждый балл. Пик приходится на сумму 17 и 18 первичных баллов – их получили 3952 и 4632 выпускника, что составляет 30% (14 и 16% соответственно) от всех участников ОГЭ по математике в 2023 г. В 2022 году пик приходился на сумму первичных баллов, равную 15 (2 604 человека – 10% от числа всех участников экзамена). В 2021 году пик приходился на сумму первичных баллов, равную 12 (2 286 человек – 9% от числа всех участников экзамена).

Отметка «5» выставлялась за 22-31 первичных балла. В 2023 году таких участников ОГЭ по математике было 1835 – это 6,4%. Этот показатель немного вырос по сравнению с предыдущими периодами, как в абсолютных числах, так и в процентах: 2022 год – 1515 (5,8%), 2021 год – 1090 (4,3%).

Однако более 27 баллов в 2021 году набрали лишь 108 выпускников. То есть основная масса участников ОГЭ 2021 года, получивших оценку «5», набрала количество баллов, близкое к минимальному для этого порога в 22 балла. Таким образом, большинство из таких выпускников 2021 года обладают знаниями, скорее близкими к твердой «4», чем к «5». В 2022 году картина уже немного иная. Почти половина (43%) из тех участников ОГЭ-2022 по математике, которые получили отметку «5», набрали не менее 25 тестовых баллов. На ОГЭ-2023 доля таких участников еще увеличилась: 869 выпускников набрали не менее 25 баллов из 1835 получивших отметку «5» (47%).

Из таблицы 2 видно, что результаты экзамена в 2023 году заметно улучшились по сравнению с результатами 2022 и 2021 годов.

Так, доля получивших отметку «2» в 2022 году в два раза меньше, чем в 2021 году: 2021 г. – 10,6%; 2022 г. – 5,1%. А в 2023 году двоечников стало еще меньше – 4,3%. Доля троечников в 2023 году в полтора раза меньше, чем в 2022 году, и более чем в 2 раза меньше, чем в 2021 году (27,6% против 43,4% и 56,7% соответственно).

Также в рассматриваемый период наблюдаем заметное увеличение числа участников, получивших отметку «4»: 2021 г. – 28,4%; 2022 г. – 45,7%; 2023 г. – 61,7%.

В большинстве АТЕ в 2022 году успеваемость повысилась или осталась примерно на уровне 2021 года, плюс-минус 1-3%. Однако есть территории, в которых этот показатель стал хуже, чем в 2022 году, когда у них было снижение этого показателя, но все же он выше, чем был ранее, в 2021 году: МО Мамско-Чуйского района (2021 г. – 90%; 2022 г. – 97%; 2023 г. – 94%), МО Нукутский район (2021 г. – 78%; 2022 г. – 95%; 2023 г. – 91%), МО Качугский район (2021 г. – 93%; 2022 г. – 99%; 2023 г. – 93%). Отметим, что в Мамско-Чуйском и Качугском районах успеваемость хоть и снизилась, но превышает 90%, что само по себе неплохо. Кроме того, у всех трех АТЕ выросло качество обучения на несколько процентов по сравнению с 2022 годом, а по сравнению с 2021 годом суммарный процент «4» и «5» увеличился в разы.

В семи АТЕ успеваемость увеличилась более чем на 5%. Значительно большее увеличение было в Катангском и Зиминском районах – на 15 и 10% соответственно. Однако отметим, что в Катангском районе ежегодно

традиционно мало участников ОГЭ (2021 г. – 33 человека, 2022 г. – 45 человек, 2023 г. – 29 человек), что сильно влияет на статистические показатели. Поэтому происходят заметные скачки показателей, то в одну, то в другую сторону.

В целом по всем АТЕ в 2023 году качество знаний улучшилось по сравнению и с 2022 годом, и с 2021 годом.

В разрезе по типам ОО 100% уровень обученности показывают лишь обучающиеся коррекционных школ, как в 2023 году, так и в 2022 и 2021 годах. Хотя качество обучения в указанных ОО уменьшается: в 2022 году – 65%, в 2023 году – всего 40%, что уже ниже среднего по региону (68% в 2023 г.).

Лучшие показатели (хоть и не стопроцентные) ежегодно были в лицеях и гимназиях. При этом качество обучения в 2021 и 2022 годах было в лицеях лучше, чем в гимназиях, примерно на 10% (2021 г. – 75% и 67%; 2022 г. – 82 и 74% соответственно). Но в 2023 году эти показатели почти сравнялись: 90% и 88% качество обучения в лицеях и гимназиях соответственно. Однако с таким показателем, как уровень обученности, все было наоборот до 2022 г.: в лицеях он был немного ниже, чем в гимназиях, правда всего на десятую долю процента (2019 г. – 99% и 99,3%; 2021 г. – 98,7% и 98,8% соответственно). В 2022 г. уровень обученности в лицеях (99,6%) превысил уровень обученности в гимназиях (99,3%). В 2023 году эта тенденция продолжилась. Теперь уровень обученности в лицеях – 99,8%, а в гимназиях – 99,4%. В целом можно сказать, что качество обучения и уровень обученности в лицеях и гимназиях на высоком и почти одинаковом уровне. Примерно на таком же уровне и с похожей динамикой в течение рассматриваемого периода показывают результаты СОШ с УИОП. Так, уровень обученности составлял в этих ОО в 2021 г. – 93%, в 2022 г. – 98%; в 2023 г. – 99%. А качество обучения постоянно растет: в 2021 г. – 49,9%, в 2022 г. – 69,2%, в 2023 году – 85%.

В «обычных» СОШ мы также наблюдаем рост уровня обученности и качества обучения в 2023 году, как по сравнению с 2022 годом, так и по сравнению с 2021 г. Уровень обученности – 89%, 95%, 96%; качество обучения – 28%, 48%, 66% по годам 2021, 2022, 2023 соответственно.

Таким образом, по каждому типу ОО в той или иной степени картина успеваемости выпускников выглядит так же, как и в целом по региону: увеличение показателей качества обучения и уровня обученности.

В 2023 году в перечень ОО, продемонстрировавших наиболее высокие результаты ОГЭ, вошли 23 школы. Все вошедшие в список ОО, продемонстрировавших наиболее высокие результаты ОГЭ-2023, показали

нулевую долю участников, получивших отметку «2», как и в 2022 году. Правда, стопроцентное качество обучения в 2023 году показали уже три ОО - МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска, МБОУ г. Иркутска лицей № 2 и МБОУ г. Иркутска гимназия № 1. А у всех остальных ОО из данного списка качество обучения составило не менее 89%. Для сравнения, в 2022 году качество 100% было лишь у одной из ОО (МБОУ г. Иркутска лицей № 2). Не менее 70% качество обучения в 2022 году было у 27 организаций образования. А у остальных этот показатель был не ниже 65%. Таким образом, результаты ОГЭ-2023 в таких ОО были значительно лучше, чем в 2022 и 2021 годах.

При анализе перечня ОО, продемонстрировавших низкие результаты ОГЭ по математике, выяснилось следующее. Максимальная доля участников, получивших отметку «2», в 2023 году составляет 50%. Это меньше, чем в 2022 году (52,1%), и меньше, чем в 2021 году (55,8%). Однако все три года рассматриваемого периода такие низкие показатели в одной и той же ОО – это МБОУ г. Иркутска ЦО № 10. Хотя справедливости ради отметим, что этот показатель в данной ОО постепенно улучшается. Вообще, в этом перечне в период с 2021 года ОО повторяются мало. Однако есть и такие, которые были с низким показателями не один раз в рассматриваемый период. Например, кроме упомянутой уже МБОУ г. Иркутска ЦО № 10, МБОУ "О(С)ОШ № 1" (МО города Братска), МБОУ "О(С)ОШ № 2" (МО города Братска), МБОУ "СОШ № 12" (Ангарский ГО) и др. Также если до 2023 года (период 2019, 2021, 2022 гг.) в данный перечень постоянно попадали МАОУ "СОШ № 14" (г. Усть-Илимск), МБОУ "СОШ № 40" (г. Братск), МБОУ "СОШ № 6" (г. Братск), то в 2023 году эти школы уже улучшили свои результаты и теперь в этот список не входят.

Всего в перечень ОО с низкими показателями в 2023 году вошли 24 организации, в 2022 году таких было 37, а в 2021 году – 58.

Из вышеописанного следует, что среди ОО есть и стабильно показывающие очень низкие результаты, и стабильно показывающие высокие результаты.

Итак, в целом показатели 2023 года заметно улучшились по сравнению с аналогичными показателями 2022 и 2021 годов. Напомним, что в КИМ ОГЭ не вносились изменения в течение всего рассматриваемого периода 2021-2023 гг. Можно сказать, что результаты экзамена 2023 года показывают, что к такому КИМ ОГЭ уже адаптировалась большая часть учителей и их учеников, что, быть может, и привело в основном к неплохим результатам ОГЭ по математике.

3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ КИМ ОГЭ

3.1. Краткая характеристика КИМ по предмету

Существенные содержательные и структурные изменения в КИМ-2023, в отличие от КИМ-2022, отсутствуют.

Задания базового уровня. По выполнению блока заданий № 1-5 (содержание существенно не менялось) мы видим повышение процентов выполнения в сравнении с 2022 годом, возможно, имеющее причиной то, что этот тип заданий стал более привычным для учителей и школьников. Остальные задания также сохранили уровень сложности и тематику. В целом примерно сохранился и процент их выполнения. К примеру, № 7 (задача на координатную прямую) имеет 85% выполнения в 2023 году и 92% в 2022 году.

Можно выделить некоторые особенности, нашедшие отражение не в общем проценте выполнения, а в выполнении заданий по группам школьников с различным уровнем подготовки. Геометрическое задание № 15 имеет процент выполнения 20 группой школьников, получивших «2» в 2022 году, 11% – в 2023 году, в то время как общий процент почти не изменился. В 2022 году школьникам необходимо было только распознать понятие медианы (начало курса геометрии в 7-м классе), а в 2023 году применить тригонометрические функции для подсчета элементов прямоугольного треугольника. Это требует большей технической подготовки.

Задание № 9 (тема «Уравнения и неравенства») в 2022 году касалось решения квадратного уравнения, в 2023 году – линейного уравнения. Ниже сравнительная таблица процентов выполнения этого задания по группам.

Период	Отметка «2»	Отметка «3»	Отметка «4»	Отметка «5»	Средний процент
2022 год	15	72	95	98	81
2023 год	15	52	90	98	77

Мы видим, что процент выполнения этого задания в среднем и по группам школьников с хорошим уровнем подготовки практически не изменился. Также не изменился процент для школьников, получивших «2», не обладающих необходимыми знаниями. Но для обучающихся с удовлетворительным уровнем подготовки процент выполнения снизился с 72 до 52. Хотя в задании 2022 года представлено уравнение более высокой степени, решение его прописывается строгим алгоритмом. В то время как решение задания с линейным уравнением требует его эквивалентных преобразований. Понимание логического и математического смысла эквивалентных преобразований уравнений и неравенств остается сложной темой для школьников и в 9-х, и в 11-х классах.

Задания повышенного и высокого уровней сложности. Уровень сложности сопоставим с соответствующими заданиями 2022 года, проценты выполнения заданий изменились незначительно. Задание № 21 (текстовая задача) в 2022 году предполагало один из способов решения, основанный на знании формулы для нахождения средней скорости. В 2023 году от обучающихся требуется представить решение, основанное на построении алгебраической математической модели. Процент выполнения задания снизился с 13 до 8. В содержании задания № 22 исследование кусочно-заданной функции, представляющей собой кусочки параболы на отдельных отрезках, заменяется на исследование гиперболы с выколотой точкой. Это задание выполняют 3% школьников и в 2022, и в 2023 году. Фактически не изменился уровень выполнения геометрических заданий второй части: № 23 (6% – в 2022 и 2023 году), № 24 (1,7% – 2022 год, 3,9% – 2023 год), № 25 (меньше 1% – в 2022 и 2023 году). Оба типа задания № 24 (равновеликие треугольники, образованные диагоналями трапеции, и свойство симметрии точки пересечения диагоналей параллелограмма) хорошо знакомы подготовленным школьникам. В 2023 году процент выполнения задания № 24 незначительно повысился, что, возможно, связано с хорошей отработкой опорных задач на указанную тему. Тем не менее мы всегда подчеркиваем, что излишнюю алгоритмизацию подготовки к экзамену считаем не полезной для математического образования и формирования метапредметных универсальных учебных действий. Многие школьники используют «знакомый» им геометрический факт не осмысленно, не могут грамотно сослаться на него, не привыкли логически обосновывать свои рассуждения.

3.2. Статистический анализ выполнения заданий КИМ ОГЭ

Таблица -7

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения ³	Процент выполнения ³ по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
1	Статистика и теория вероятностей. Описательная статистика. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков / Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	91,3	36,0	84,7	97,3	99,3
2	Числа и вычисления. Измерения, приближения, оценки / Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	74,7	24,4	60,4	82,7	91,9
3	Числа и вычисления. Степень с целым показателем. Квадратный корень из числа / Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели. Описывать реальные ситуации на языке геометрии; исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин	Б	74,4	17,6	56,4	84,2	96,0

³ Вычисляется по формуле $p = \frac{N}{n \cdot m} \cdot 100\%$, где N – сумма первичных баллов, полученных всеми участниками группы за выполнение задания, n – количество участников в группе, m – максимальный первичный балл за задание.

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения ³	Процент выполнения ³ по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
4	Числа и вычисления. Арифметические действия с натуральными числами. Единицы измерения длины, времени, скорости / Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели. Решать несложные практические расчётные задачи	Б	73,0	16,3	45,5	87,2	91,5
5	Числа и вычисления. Арифметические действия с натуральными числами / Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели. Решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов	Б	82,1	24,5	64,9	92,4	96,7
6	Числа и вычисления. Арифметические действия с обыкновенными дробями / Уметь выполнять вычисления и преобразования. Выполнять арифметические действия с рациональными числами	Б	83,6	26,6	67,8	93,0	98,7
7	Координаты на прямой и плоскости / Уметь выполнять вычисления и преобразования. Изображать числа точками на координатной прямой	Б	92,8	50,5	85,5	98,3	99,6
8	Числа и вычисления. Действительные числа / Уметь выполнять вычисления и преобразования алгебраических выражений. Находить в несложных случаях значения степеней с целыми показателями и корней	Б	77,1	18,6	51,2	90,6	97,0
9	Уравнения и неравенства. Линейные	Б	77,3	15,8	52,3	90,6	98,4

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения ³	Процент выполнения ³ по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	уравнения / Уметь решать уравнения, неравенства и их системы. Решать линейные, квадратные уравнения						
10	Статистика и теория вероятностей. Частота события, вероятность / Уметь работать со статистической информацией, находить частоту и вероятность случайного события, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели. Находить вероятности случайных событий в простейших случаях	Б	85,0	17,7	68,3	95,6	99,5
11	Функции и графики. Линейная функция, ее график. Геометрический смысл коэффициентов / Уметь строить и читать графики функций. Строить графики изученных функций, описывать их свойства	Б	80,0	25,1	57,9	92,1	95,8
12	Алгебраические выражения / Осуществлять практические расчёты по формулам; составлять несложные формулы, выражающие зависимости между величинами	Б	58,9	7,1	32,6	70,6	94,4
13	Уравнения и неравенства. Квадратные неравенства / Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	Б	74,6	25,9	45,6	89,0	94,1
14	Числовые последовательности. Геометрическая прогрессии. Формула общего члена геометрической прогрессии / Уметь строить и читать графики функций, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	78,1	26,4	61,8	87,1	96,7
15	Геометрия. Измерение геометрических величин. Синус, косинус, тангенс	Б	80,2	11,3	57,5	93,1	99,1

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения ³	Процент выполнения ³ по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	острого угла прямоугольного треугольника / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами						
16	Геометрия. Треугольники. Центральный угол, вписанный угол, величина вписанного угла / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	75,3	5,5	52,1	88,6	94,5
17	Геометрия. Трапеция, равнобедренная трапеция / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	84,3	8,9	69,1	94,8	99,1
18	Геометрия. Измерение геометрических величин. Площадь параллелограмма / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	87,9	20,0	77,7	96,0	98,6
19	Геометрия. Геометрические фигуры и их свойства / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	Б	86,3	25,9	77,9	93,1	97,2
20	Уравнения и неравенства. Примеры решения уравнений высших степеней. Решение уравнений методом замены переменной. Решение уравнений методом разложения на множители / Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	П	8,0	0,0	0,3	4,7	78,4
21	Уравнения и неравенства. Текстовые задачи / Моделировать реальные ситуации на языке алгебры; составлять выражения, уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием	П	7,6	0,0	0,1	3,6	83,9

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения ³	Процент выполнения ³ по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	аппарата алгебры						
22	Функции и графики. Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график. Гипербола / Уметь строить и читать графики функций	В	3,1	0,0	0,0	0,6	42,9
23	Геометрия. Геометрические фигуры и их свойства. Многоугольники. Трапеция / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	П	6,1	0,0	0,3	3,1	64,9
24	Геометрия. Геометрические фигуры и их свойства. Многоугольники. Параллелограмм / Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	П	3,9	0,0	0,1	1,4	47,0
25	Геометрические фигуры и их свойства. Треугольник / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	В	0,2	0,0	0,0	0,0	3,0

Задания базового, повышенного и высокого уровня с наименьшими процентами выполнения

Процент выполнения всех заданий базового уровня выше 50, как и в 2022 году. Однако в 2022 году было выделено 4 задания, процент выполнения которых выше 50, но ниже 60. Процент выполнения всех этих заданий вырос, притом что качественно содержание заданий не изменилось: № 3 (53% – 2022 год, 74% – 2023 год), № 4 (55% – 2022 год, 73% – 2023 год), № 5 (56% – 2022 год, 82% – 2023 год), № 12 (66% – 2022 год, 59% – 2023 год).

По всем заданиям второй части средний процент выполнения ниже 15. При этом процент выполнения заданий второй части обучающимися, получившими «2» и «3», равен практически 0 по всем заданиям. Эта картина не меняется на протяжении нескольких последних лет, с 2018 по 2023 год.

Содержательные линии с наименьшими процентами выполнения заданий

Наименьший процент выполнения традиционно имеют задания следующих содержательных линий.

1) Алгебраические выражения

Задание № 12 имеет самый низкий процент выполнения в первой части – 58,9. В 2022 году по этому заданию был близкий результат – 66%. В группе получивших за экзамен «2» это задание выполнили 7,1%, в группе получивших «3» – менее трети. Считаем, что главная сложность задания для обучающихся заключается не в выполнении алгебраических действий, а в трудностях смыслового чтения текста естественно-научного содержания.

2) Функции и графики

Задание базового уровня № 11 имеет 80% выполнения, но задание высокого уровня сложности № 22 всего 3,1% выполнения. В группе получивших оценку «5» за экзамен с этим заданием справилось менее половины школьников – 42,9%. Группы, получившие оценки «2», «3» и даже «4», имеют процент выполнения задания № 22, меньший 1%. Это свидетельствует о невысоком уровне владения формально-алгебраическим аппаратом.

3) Геометрия

С заданиями базового уровня достаточно успешно справились даже школьники, получившие оценку «3» за экзамен, так как процент выполнения ими заданий выше 50. Однако проценты выполнения заданий повышенного уровня сложности по геометрии – 6,1% и 3,9%. По-прежнему самым сложным для школьников остается задание № 25 по геометрии (0,2% выполнения – 2023 год, 0,7% выполнения – 2022 год).

Анализ по группам выполнения («2», «3», «4», «5»)

- **Обучающиеся, получившие «2»**

Проценты выполнения всех заданий ниже 40. Особенную трудность представляют задания базового уровня, требующие алгебраической или геометрической техники: № 12 (применение алгебраической формулы для практических расчетов, 7%), № 15 (применение тригонометрии в геометрической задаче, 11%), № 16 (геометрия окружности, 5%), № 17 (равнобедренная трапеция, 9%).

Задания повышенного и высокого уровня сложности не выполнены.

- **Обучающиеся, получившие «3»**

С большинством заданий базового уровня справилось более половины школьников этой группы. Трудными оказались задания на построение и исследование математической модели: № 12 (применение алгебраической формулы для практических расчетов, 32%), № 4 (применение

геометрических утверждений для решения прикладной задачи, 46%), а также задание № 13 (линейное уравнение, 45%). Все эти задания, несмотря на несложное математическое содержание, носят неалгоритмический характер, чем вызвана их трудность для школьников. Для многих обучающихся слабого уровня подготовки решение линейного уравнения, требующее эквивалентных преобразований, оказывается сложнее, чем решение приведенного к канонической форме квадратного уравнения.

Задания повышенного и высокого уровней сложности не выполнены.

- Обучающиеся, получившие «4»

С заданиями базового уровня сложности эта группа школьников справилась успешно, но проценты выполнения заданий повышенного и высокого уровней ниже 5.

- Обучающиеся, получившие «5»

Задания базового уровня сложности выполнены. Сложным оказалось геометрическое задание № 24 повышенного уровня сложности на построение доказательства – 47% и задания высокого уровня сложности: №23 (функции и графики, 42%) и № 25 (геометрия треугольника, 3%).

*Успешно усвоенные и недостаточно усвоенные элементы содержания
(для всех групп в целом)*

На базовом уровне можно считать сформированными такие элементы содержания, как «Статистика и теория вероятностей» (представлено в двух заданиях базового уровня: № 1 и № 10), «Координаты на прямой и плоскости» (№ 7, № 11), «Числа и вычисления» (№ 1-6, № 8).

Недостаточно данных для выводов относительно раздела «Числовые последовательности», которому соответствует только одно задание.

Недостаточно сформированы разделы:

«Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства», «Функции и графики», «Геометрия».

Сделанные замечания и представленные статистические данные показывают, что о сформированности разделов на повышенном и тем более высоком уровнях говорить нельзя.

Успешно и недостаточно освоенные умения, навыки, виды познавательной деятельности (для всех групп в целом)

Успешно усвоенными умениями на базовом уровне можно считать:

- Умение выполнять вычисления и преобразования
- Умение работать со статистической информацией

Недостаточно усвоенные умения на базовом уровне:

- Умение строить и читать графики функций
- Умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами
- Умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели

Сформированные элементы содержания и умения (по подгруппам)

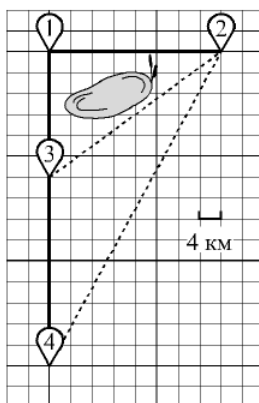
- Для группы школьников, получивших «2» (4% от общего числа участников), нельзя выделить сформированные умения и элементы содержания.
- Для группы школьников, получивших «3» (27%), можно считать сформированными указанные умения и элементы содержания на базовом уровне, которые выделены для всех участников в целом.
- Для группы школьников, получивших «4» (62%), все основные элементы содержания и умения сформированы на базовом уровне.
- Для группы школьников, получивших «5» (6%), все основные элементы содержания и умения сформированы на базовом уровне, на повышенном уровне сформирован раздел «Уравнения и неравенства». Раздел «Геометрия» нельзя считать сформированным на повышенном уровне (47% выполнения задания № 24, 3% выполнения задания № 25). Особо отметим проблемы в сформированности умения «Проводить доказательные рассуждения в решении математических задач», что нашло отражение не только в решении задания № 24 на геометрическое доказательство, но и в решении других заданий с развернутым ответом геометрических и алгебраических.

3.3. Содержательный анализ выполнения заданий КИМ ОГЭ

Рассмотрим задания первой части ОГЭ нашего региона (из открытого варианта) и проанализируем, какие типичные ошибки сделали выпускники.

Пример заданий 1-5

Володя летом отдыхает у дедушки в деревне Ёлочки. В воскресенье они собираются съездить на машине в село Кленовое. Из деревни Ёлочки в село Кленовое можно проехать по прямой грунтовой дороге. Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через деревню Сосенки до деревни Жуки, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в село Кленовое. Есть и третий маршрут: в деревне Сосенки можно свернуть на прямую грунтовую дорогу в село Кленовое, которая идёт мимо пруда. Шоссе и грунтовые дороги образуют прямоугольные треугольники.



По шоссе Володя с дедушкой едут со скоростью 80 км/ч, а по грунтовой дороге — со скоростью 40 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов, длина стороны каждой клетки равна 4 км.

Пример задания 1

Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Насел. пункты	с. Кленовое	д. Ёлочки	д. Сосенки
Цифры			

Ответ. 243

Процент выполнения – 91,3. Ошибки в выполнении свидетельствуют о трудностях в оперировании знаково-символическими средствами. Для выполнения задания не требуется математических операций, тем не менее с ним не справились две трети школьников, получивших оценку «2».

Пример задания 2

Сколько километров проедут Володя с дедушкой от деревни Сосенки до села Кленовое, если они поедут по шоссе через деревню Жуки?

Ответ. 56

Процент выполнения – 74,7. Другие ответы возможны из-за неверного понимания условия, арифметических ошибок.

Пример задания 3

Найдите расстояние от деревни Ёлочки до села Кленовое по прямой. Ответ дайте в километрах.

Ответ. 68

Процент выполнения – 74,4. В этом задании необходимо построить простейшую геометрическую модель и ее исследовать, поэтому с ним плохо справились школьники, получившие оценку «2», и всего половина школьников, получивших «3».

Пример задания 4

Сколько минут затратят на дорогу из деревни Ёлочки в село Кленовое Володя с дедушкой, если они поедут по прямой грунтовой дороге?

Ответ. 102

Процент выполнения – 73. Правильный ответ – 102 минуты. Самый популярный неправильный ответ 1,7 дали школьники, которые не перевели ответ в нужные единицы измерения. Здесь мы видим проявление недостаточно сформированных регулятивных универсальных учебных действий (контроль и оценка собственных действий).

Пример задания 5

В таблице указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, расположенных в деревне Ёлочки, селе Кленовое, деревне Сосенки и деревне Жуки.

Наименование продукта	д. Ёлочки	с. Кленовое	д. Сосенки	д. Жуки
Молоко (1 л)	42	45	38	43
Хлеб (1 батон)	22	25	23	27
Сыр «Российский» (1 кг)	320	290	270	280
Говядина (1 кг)	410	420	450	430
Картофель (1 кг)	26	18	24	16

Володя с дедушкой хотят купить 3 батона хлеба, 2 кг сыра «Российский» и 3 кг говядины. В каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответ запишите стоимость данного набора в этом магазине.

Ответ. 1915

Процент выполнения – 82,1. Неправильные ответы были получены в результате недостаточно организованного перебора или арифметических ошибок. Тем не менее в веере ответов встречаются и однозначные числа. Обучающиеся, которые дали такой ответ, совсем не поняли или не захотели понять условие.

Пример задания 6

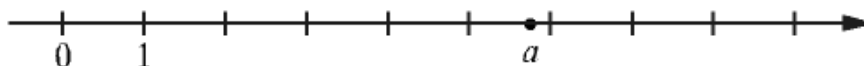
Найдите значение выражения $\frac{15}{4} \cdot \frac{6}{5}$.

Ответ. 4,5

Процент выполнения – 83,6. Неправильные ответы могут быть вызваны и арифметическими просчетами, и незнанием правил действий с обыкновенными дробями.

Пример задания 7

На координатной прямой отмечено число a .



Какое из утверждений для этого числа является верным?

- 1) $8 - a < 0$ 2) $a - 5 < 0$ 3) $8 - a > 0$ 4) $a - 6 > 0$

Ответ. 3

Процент выполнения – 92,8. Неправильный ответ (2) показывает, что обучающийся не разобрался с задачей, выполнил ее невдумчиво. Часть ответов (45, 50, 72 и т.д.) свидетельствует о том, что ряд школьников в принципе не читают текст задания и пишут в ответы произвольные числа.

Пример задания 8

Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{1}{9} \cdot x^2 y^6}$ при $x = 7$ и $y = 3$.

Ответ. 63

Процент выполнения – 77,1. Неправильный ответ 21 (69 человек, 1,7%) мог получиться в результате арифметической ошибки или неправильного извлечения корня из произведения.

Пример задания 9

Найдите корень уравнения $x - 2 = -3x$.

Ответ. 0,5

Процент выполнения – 77,3. Ошибки связаны с неэквивалентными преобразованиями линейного уравнения.

Пример задания 10

В фирме такси в данный момент свободно 30 машин: 6 чёрных, 3 жёлтых и 21 зелёная. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.

Ответ. 0,1

Процент выполнения – 85,0. Ошибки большей частью имеют неарифметический характер и обусловлены непониманием понятия вероятности.

Пример задания 11

На рисунках изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между знаками коэффициентов k и b и графиками функций.

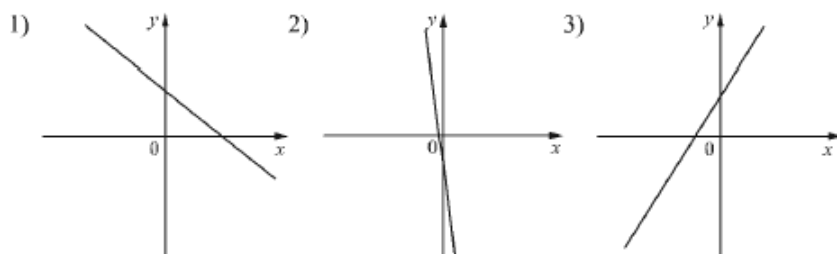
КОЭФФИЦИЕНТЫ

А) $k < 0, b > 0$

Б) $k > 0, b > 0$

В) $k < 0, b < 0$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

Ответ. 132

Процент выполнения – 80. Самый распространенный неправильный ответ 312 (его дали 7% школьников, писавших этот вариант) был, вероятно, подобран случайно.

Пример задания 12

Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 147 Вт, а сила тока равна 3,5 А. Ответ дайте в омах.

Ответ. 12

Процент выполнения – 58,9. Самое сложное задание базового уровня. Для его выполнения требуется произвести пару арифметических действий с рациональными числами. Задание по уровню технической сложности соответствует заданию №6, имеющему намного более высокий процент выполнения (83%). Тем самым можно заключить, что основная трудность задания № 12 состояла в понимании текста задачи.

Пример задания 13

Укажите решение неравенства

$$3x - x^2 > 0.$$

1) $(0; +\infty)$

3) $(3; +\infty)$

2) $(0; 3)$

4) $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$

Ответ. 2

Процент выполнения – 74,6. Неправильный ответ 4, который дали 9% школьников, обусловлен неэквивалентными преобразованиями квадратного неравенства либо неверной расстановкой знаков. Мы бы рекомендовали

приучать школьников при исследовании знаков многочленов приводить многочлены к каноническому виду, где коэффициент у старшего члена положительный.

Пример задания 14

В амфитеатре 15 рядов. В первом ряду 20 мест, а в каждом следующем на 2 места больше, чем в предыдущем. Сколько мест в десятом ряду амфитеатра?

Ответ. 38

Процент выполнения – 78,1. Эту задачу можно решить арифметически, не пользуясь формулой арифметической прогрессии. Для этого нужно последовательно посчитать места в каждом ряду. Неправильные ответы (40, 36 и др.) вызваны арифметической ошибкой или невнимательностью. Однако эти ответы показывают, что обучающийся хотя бы разобрался с условием задачи и пытался решить ее. 5% ответов (дробные числа, четырехзначные числа, отсутствие ответа) дали школьники, которые не вникали в текст условия.

Пример задания 15

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin B = \frac{4}{11}$, $AB = 55$.
Найдите AC .

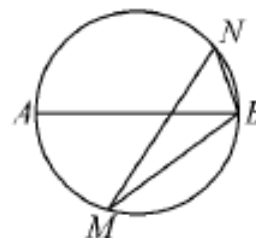


Ответ. 20

Процент выполнения – 80,2. Это задание на непосредственное применение понятия синуса. С заданием успешно справились школьники, получившие «4» и «5» (более 90%), но плохо справились школьники, получившие «2» (11%) и «3» (57%). Это связано с тем, что выполнение задания требует понимания не только первичных основ геометрии, но и технических геометрических знаний.

Пример задания 16

На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 71^\circ$.
Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.



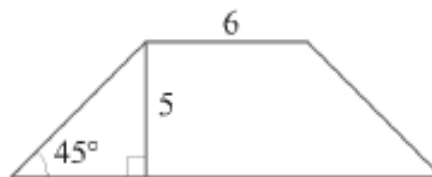
Ответ. 19

Процент выполнения – 75,3. Это геометрическое задание базового уровня, но оно носит комплексный характер. Школьник должен догадаться, как с помощью известных свойств вписанных углов вычислить нужный угол.

Именно эвристический характер задания и необходимость твердого знания свойств вписанных углов сделали это задание трудным для обучающихся слабого уровня подготовки.

Пример задания 17

В равнобедренной трапеции известны высота, меньшее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите большее основание.

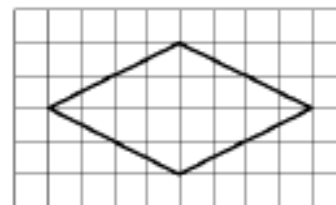


Ответ. 16

Процент выполнения – 84,3. Снова заметим, что трудность задания заключается в комплексном использовании нескольких (хотя и простых) геометрических теорем. Кроме того, в решении нужно выполнить несложное дополнительное построение.

Пример задания 18

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите площадь этого ромба.



Ответ. 16

Процент выполнения – 87,9. С геометрическими заданиями на клетчатой бумаге школьники справляются, как правило, лучше. Задание допускает не только формульное решение. Можно свести задачу путем перекладывания частей к подсчету площади квадрата. Изучение методов такого рода полезно для развития геометрического мышления.

Пример задания 19

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) Все углы ромба равны.
- 3) Основания любой трапеции параллельны.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ. 13

Процент выполнения – 86,3. Популярный неправильный ответ – 23. Если бы школьники нарисовали ромб (представление об этой фигуре имеется у всех из начальной школы), они увидели бы, что второе высказывание ложное. Это показывает нам, что у школьников, выбравших ответ 2 как истинный, недостаточно сформирована общелогическая операция

конструктивизации. За текстом естественного языка они не видят конкретного объекта. С этой же проблемой связано то, что первое утверждение, представляющее собой аксиому евклидовой геометрии, 8% школьников не распознали как верное высказывание, хотя смысл его интуитивно ясен.

Рассмотрим далее более подробно задания второй части ОГЭ-2023 нашего региона (из открытого варианта). Выделим типичные ошибки выпускников по каждому из заданий 20-25 и приведем примеры решений из работ школьников нашего региона. Указанные *типичные ошибки* относятся ко всем вариантам КИМ в целом.

Пример задания 20

Решите уравнение $(x-2)^4 + 3(x-2)^2 - 10 = 0$.

Типичные ошибки

- 1) Вычислительные ошибки.
- 2) Ошибки в решении квадратных уравнений (в формуле корней квадратного уравнения, при решении уравнений вида $x^2 = b$ и т.д.). Такие ошибки не относятся к вычислительным, и решение оценивается в 0 баллов.
- 3) Решение не доведено до конца, решено только вспомогательное квадратное уравнение (0 баллов).

ЗАДАНИЕ № 20 (ПРИМЕР 1)

20. $(x+4)^4 - 6(x+4)^2 - 7 = 0$ Пусть $(x+4)^2 = t$, тогда
 $t^2 - 6t - 7 = 0$ $(x+4)^4 = t^2$

$D = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7) = 36 + 4 \cdot 7 = 64$, $D > 0$ - 2 корня
 $t_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{6 + \sqrt{64}}{2} = \frac{6 + 8}{2} = 7$, $t_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{6 - \sqrt{64}}{2} = \frac{6 - 8}{2} = -1$

Выполним обратную замену:
 $t_1 = (x+4)^2$ $t_2 = (x+4)^2$
 $7 = x^2 + 8x + 16$ $-1 = (x+4)^2$ не имеет корней,
 $x^2 + 8x + 16 - 7 = 0$ т.к. квадрат числа
 $x^2 + 8x + 9 = 0$ не может быть равен отрицательному числу

$D = b^2 - 4ac = 64 - 4 \cdot 9 = 64 - 36 = 28$, $D > 0$ - 2 корня
 $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-8 + \sqrt{28}}{2} = \frac{-8 + 2\sqrt{7}}{2}$
 $= \frac{-4 + \sqrt{7}}{1} = \sqrt{7} - 4$
 $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-8 - 2\sqrt{7}}{2} = \frac{-4 - \sqrt{7}}{1} = -4 - \sqrt{7}$

Ответ: $x_1 = \sqrt{7} - 4$,
 $x_2 = -4 - \sqrt{7}$

Оценка эксперта: 2 балла.

ЗАДАНИЕ № 20 (ПРИМЕР 2)

20. $(x-4)^2 - 4(x-4)^2 - 21 = 0$ Пусть, $(x-4)^2 = y$. Значит: $y^2 - 4y - 21 = 0$
 $D = 16 - 4 \cdot 1 \cdot (-21) = 100$ $y_{1,2} = \frac{4 \pm 10}{2}$ $y_1 = 7$ $y_2 = -3$
 $(x-4)^2 \neq -3$, так как число в квадрате не может быть меньше нуля.
 $(x-4)^2 = 7$ $x^2 - 8x + 16 = 7$ $x^2 - 8x + 9 = 0$ $D = 64 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 28$
 $x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{28}$ Ответ: $x_1 = 4 + \sqrt{28}$, $x_2 = 4 - \sqrt{28}$

Ошибка в формуле корней квадратного уравнения.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 20 (ПРИМЕР 3)

20) $(x-4)^4 - 4(x-4)^2 - 21 = 0$ Проверка: $(x-4)^2 = 7$
 $(x-4)^2 = a$ $a \geq 0$ $7^2 - 4 \cdot 7 - 21 = 0$
 $a^2 - 4a - 21 = 0$ $D = (b)^2 - 4ac$ $49 - 28 - 21 = 0$
 $D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-21) = 16 + 84 = 100 (10)$ $0 = 0$
 $a_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a}$ $x = \frac{4 \pm 10}{2 \cdot 1} = \frac{14}{2} = 7$
 $a_2 = \frac{4 - 10}{2 \cdot 1} = \frac{-6}{2} = -3$ *носта*
 Ответ: 7

Школьник решил вспомогательное уравнение и даже сделал проверку полученного корня, но не вернулся к исходной переменной.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 20 (ПРИМЕР 4)

20. $(x+4)^4 - 6(x+4)^2 - 9 = 0$
 $(x+4)^2 = t$
 $t^2 - 6t - 9 = 0$
 $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9)$
 $D = 36 + 36 = 72 (8)$
 $t_1 = \frac{6+8}{2} = 7$
 $t_2 = \frac{6-8}{2} = -1$
 $(x+4)^2 = 7$
 $x^2 + 8x + 16 = 7$
 $x^2 + 8x + 9 = 0$
 $D = 64 - 4 \cdot 1 \cdot 9$
 $D = 28 (2\sqrt{7})$
 $x_1 = -4 + \sqrt{7}$
 $x_2 = -4 - \sqrt{7}$
 ~~$(x+4)^2 = -1$
 $x^2 + 8x + 16 = -1$
 $x^2 + 8x + 17 = 0$
 $D = 64 - 4 \cdot 1 \cdot 17$
 $D = -4 (2)$
 $x_1 = \frac{-8 \pm 2}{2} = -3$
 $x_2 = \frac{-8 - 2}{2} = -5$~~
 Ответ: $x \in (-4 + \sqrt{7}; -4 - \sqrt{7})$

Неверная форма записи ответа.

Оценка эксперта: 1 балл.

ЗАДАНИЕ № 20 (ПРИМЕР 5)

N 20

$$(x+2)^4 + (x+2)^2 - 12 = 0$$

$$(x+2)^2 = t$$

$$t^2 + t - 12 = 0$$

$$a=1 \quad D = 1^2 - 4 \cdot (-12) = 1 + 48 = 49$$

$$b=1$$

$$c=-12$$

$$\begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{49}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{49}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{-1 + 7}{2} \\ x = \frac{-1 - 7}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 \\ x = -4 < -2 \end{cases}$$

$$(x+2)^2 = 3$$

$$x^2 + 4x + 4 - 3 = 0$$

$$x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$a=1 \quad D = 2^2 - 1 \cdot 1 = 4 - 1 = 3$$

$$b=4$$

$$c=1$$

$$\begin{cases} x = -2 + \sqrt{3} \\ x = -2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } -2 - \sqrt{3}; -2 + \sqrt{3}$$

Неверно определенное ограничение на множество допустимых значений переменной используется в дальнейшем решении.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример задания 21

Моторная лодка прошла против течения реки 297 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 3 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

Типичные ошибки

- 1) Неверное составление математической модели.
- 2) Ошибки не вычислительного характера в алгебраических преобразованиях.
- 3) Вычислительные ошибки.

ЗАДАНИЕ № 21 (ПРИМЕР 6)

n, 2 ч.	v, км/ч	t, ч.	s, км.
Против течения.	$x - 2$	$\frac{297}{x-2}$ на 2 >	297
По течению	$x + 2$	$\frac{297}{x+2}$ ←	297

Пусть x км/ч - собственная скорость лодки, тогда скорость против течения = $(x - 2)$ км/ч, а скорость по течению = $(x + 2)$ км/ч. Составим уравнение:

$$\frac{297}{x-2} - \frac{297}{x+2} = 2 \quad \text{ОДЗ: } x \neq \{-2; 2\}$$

$$\frac{297x + 594}{x^2 - 4} - \frac{297x - 594}{x^2 - 4} = 2 \quad | \cdot (x^2 - 4) \neq 0 \text{ по ОДЗ.}$$

$$297x + 594 - 297x + 594 = 2x^2 - 8$$

$$-2x^2 = -1180$$

$$x^2 = 590$$

$$x = 15 \text{ или } x = -15 \text{ (не удовлетворяет условию)}$$

Ответ: скорость лодки в неподвижной воде равна 15 км/ч.

Оценка эксперта: 2 балла.

Другой способ решения (за неизвестную величину x взято время, затраченное на движение по течению) представлен в Примере 7.

ЗАДАНИЕ № 21 (ПРИМЕР 7)

№ 21

	$S_{км}$	$t_{ч}$	$v_{км/ч}$
против течения	192	$x+4$	$\frac{192}{x+4}$
по течению		x	$\frac{192}{x}$

1) $\frac{192}{x+4} - \frac{192}{x} = 8$ $x^2 + 4x - 96 = 0$
 $\frac{192x + 192 \cdot 4 - 192x}{x(x+4)} = 8$ $D = 16 + 384 = 400 = 20^2$
 $x(x+4) = \frac{192 \cdot 4}{8} = 96$ $x_{1,2} = \frac{-4 \pm 20}{2}; x_1 = 8$
 $x = -12$ (не удовлетворяет условию)

2) $\frac{192}{8} = 24$ - по течению.
 3) $24 - 4 = 20$
 Ответ: 20

Оценка эксперта: 2 балла.

ЗАДАНИЕ № 21 (ПРИМЕР 8)

№ 21

	$v_{км/ч}$	$t_{ч}$	$S_{км}$
против течения	$x+2$	$\frac{297}{x+2}$	297
по течению	$x-2$	$\frac{297}{x-2}$	297

x - v лодки в неподвижной воде. 3 часа - сколько затратила времени.
 $\frac{297}{x+2} - \frac{297}{x-2} = 3$ 03

$\frac{297x - 594 - 297x - 594}{(x+2)(x-2)} = \frac{3x^2 - 6x + 6x - 12}{(x+2)(x-2)}$ $(x+2)(x-2) = 0$
 $x \neq -2$
 $x \neq 2$

$-\frac{1188 - 3x^2 - 12}{(x+2)(x-2)} =$
 $-3x^2 = 12 + 1188$
 $-3x^2 = 1200$ -20 не подходит, значит:
 $x^2 = 400$ $x = \pm 20$ Ответ: 20 км/ч.

Ошибка в определении скоростей движения по и против течения реки. После преобразований получается уравнение, не имеющее решения. Но в результате еще одной ошибки школьник приходит к верному ответу.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 21 (ПРИМЕР 9)

21. $v_{теч} = 3 \text{ км/ч}$
 $v_{лодки} = x \text{ км/ч}$

	S	t
Против течения	$x - 3 \text{ км/ч}$	$\frac{32 \text{ км}}{x-3}$
По течению	$x + 3 \text{ км/ч}$	$\frac{32 \text{ км}}{x+3}$

$S = \text{const}$ $t = \frac{S}{v}$

$\frac{32}{x-3} - \frac{32}{x+3} = 2$ $\frac{32x + 276 - 32x + 276}{(x+3)(x-3)} - 2(x+3)/(x-3) = 0$
 $432 - 2x^2 - 18 = 0$ $-2x^2 + 432 - 18 = 0$ $2x^2 = 414$ $x^2 = 207$ $x_{1,2} = \pm \sqrt{207}$
 $x_1 = \sqrt{207} \text{ км/ч}$ $x_2 = -\sqrt{207} \text{ км/ч}$ - не удовлетворяет условию
 Ответ: $\sqrt{207} \text{ км/ч}$

В выражении $432 - 2(x^2 - 9)$ неправильно раскрыты скобки. Это ошибка не вычислительного характера.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 21 (ПРИМЕР 10)

$$21. \quad \frac{210 \sqrt{x+3}}{x-3} - \frac{210 \sqrt{x-3}}{x+3} = 4 \quad (x-3)(x+3)$$
$$210 \cdot x + 210 \cdot 3 - 210 \cdot x + 210 \cdot 3 = 4 \cdot (x^2 + 3x - 3x - 9)$$
$$\cancel{210x} + 630 - \cancel{210x} + 630 = 4x^2 - 36$$
$$4x^2 - 36 = 1260$$
$$4x^2 = 36 + 1260$$
$$4x^2 = 1296$$
$$x^2 = 1296 : 4$$
$$x^2 = 324$$
$$x_{1,2} = \pm \sqrt{324}$$
$$x_1 = -18 \quad (\text{не подходит по условию задачи})$$
$$x_2 = 18 \quad \{$$

Ответ: 18 км/ч.

Математическая модель не описана. Не указан даже смысл введенной переменной x .

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример задания 22

Постройте график функции

$$y = \frac{6x+7}{6x^2+7x}$$

Определите, при каких значениях k прямая $y=kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Типичные ошибки

1) Неправильное построение графика:

- неправильно определены координаты выколотой точки, или точка не выколота,
- график построен необоснованно (по точкам).

2) Неверное определение искомых значений параметра, часто связанное с неверным построением графика или арифметической ошибкой.

ЗАДАНИЕ № 22 (ПРИМЕР 11)

22. $y = \frac{7x-5}{7x^2-5x}$

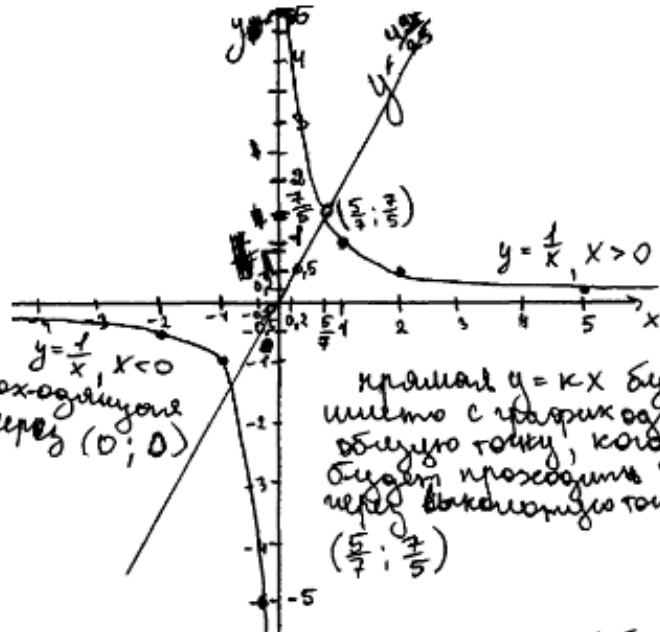
$y = \frac{7x-5}{x(7x-5)} = \frac{1}{x}$ ОДЗ: $x \neq 0$
 $7x-5 \neq 0$
 $x \neq \frac{5}{7}$
 гипербола, график расположен в I и III четвертях

$y = \frac{1}{x}$

выколотая точка

y	1	0,5	$\frac{7}{5}$	0,2	-1	-0,5	-0,2	5	-5
x	1	2	$\frac{5}{7}$	5	-1	-2	-5	0,2	-0,2

$y(1) = \frac{1}{1} = 1$; $y(\frac{5}{7}) = \frac{1}{\frac{5}{7}} = \frac{1 \cdot 7}{5} = \frac{7}{5}$; $y(-1) = \frac{1}{-1} = -1$; $y(0,2) = \frac{1}{0,2} = 5$
 $y(2) = \frac{1}{2} = 0,5$; $y(5) = \frac{1}{5} = 0,2$; $y(-2) = \frac{1}{-2} = -0,5$; $y(-5) = \frac{1}{-5} = -0,2$; $y(-0,2) = \frac{1}{-0,2} = -5$



$y = kx$ - прямая, проходящая через $(0; 0)$
 $\frac{7}{5} = k \cdot \frac{5}{7}$
 $k = \frac{\frac{7}{5}}{\frac{5}{7}} = \frac{7}{5} \cdot \frac{7}{5} = \frac{49}{25}$

При $k = \frac{49}{25}$ прямая $y = kx$ имеет с графиком только одну точку
 Ответ: $k = \frac{49}{25}$

Оценка эксперта: 2 балла.

ЗАДАНИЕ № 22 (ПРИМЕР 12)

22.

$$y = \frac{4x-5}{4x^2-5x}$$

$$y = \frac{\cancel{4x-5}}{x(\cancel{4x-5})}$$

$$y = \frac{1}{x}$$

OD 3: $4x^2 - 5x \neq 0$
 $x(4x-5) \neq 0$
 $x \neq 0$ или $4x-5 \neq 0$
 $4x \neq 5 \quad | :4$
 $x \neq \frac{5}{4}$
 $x \neq 1,25$

Рассмотрим функцию обратных пропорций. $y = \frac{1}{x}$; графиком является гипербола т.к. $k > 0$, то график расположен в I и III кв.

x	0,25	1	1,25	2	4	-1	-2	-4
y	4	1	0,8	0,5	0,25	-1	-0,5	-0,25

выко-
лоть

Поставим знак x и y в $y = kx$

$$0,8 = \frac{k}{1,25}$$

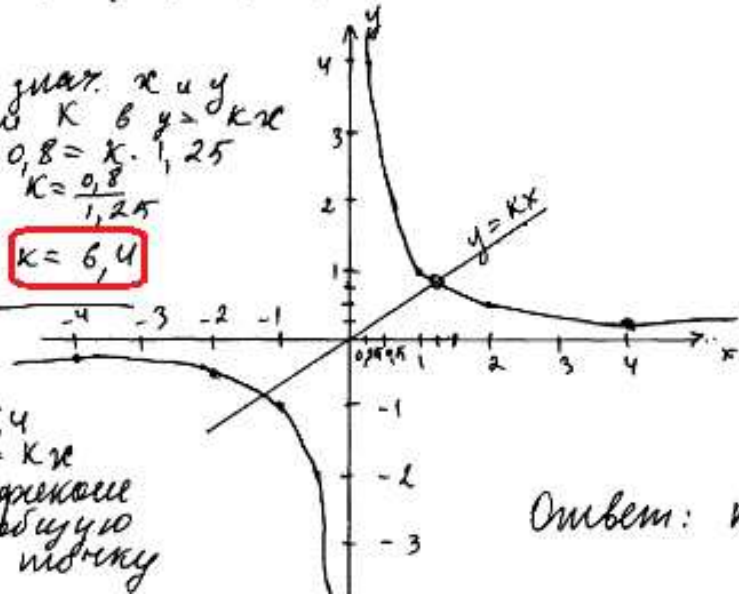
$$k = \frac{0,8 \cdot 1,25}{1}$$

$$k = \frac{1}{1} = 1$$

$$0,8 = k \cdot 1,25$$

$$k = \frac{0,8}{1,25}$$

$$k = 0,64$$



при $k = 0,64$ прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку

Ответ: $k = 0,64$.

В определении значения параметра допущена арифметическая ошибка:

$$k = 0,64$$

Оценка эксперта: 1 балл.

ЗАДАНИЕ № 22 (ПРИМЕР 13)

22) $y = \frac{6x+4}{6x^2+4x}$

Найти ООЗ:

$$6x^2 + 4x = 0$$

$$x(6x+4) = 0$$

$$6x = -4$$

$$x \neq -\frac{4}{6}$$

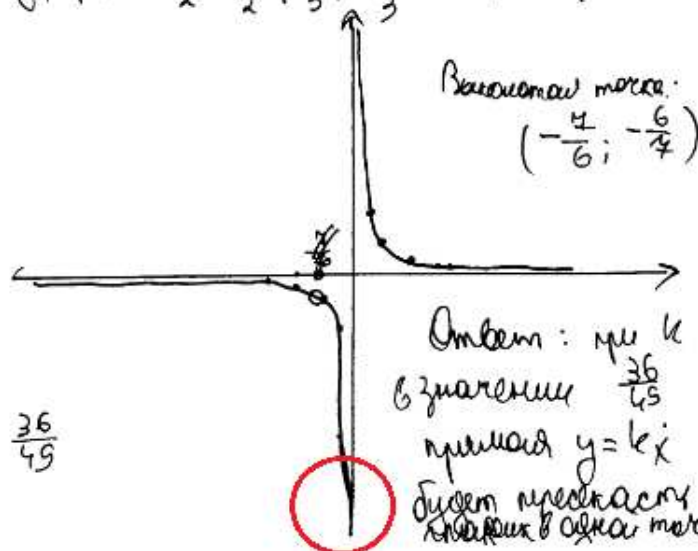
$x \neq 0$
 $x \neq -\frac{4}{6}$

$$y = kx$$

$$-\frac{6}{4} = k \cdot -\frac{4}{6}$$

$$k = -\frac{6}{4} \cdot -\frac{6}{4} = \frac{36}{16}$$

x	0	1	-1	2	-2	3	-3	0,5	-0,5	$-\frac{4}{6}$
y	-1	-1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	2	-2		



Ответ: при k в значении $\frac{36}{16}$ прямая $y = kx$ будет пересекать ветки в одной точке

Построение графика функции необоснованно. Представлена только таблица значений. Одна из веток гиперболы пересекает ось ординат.

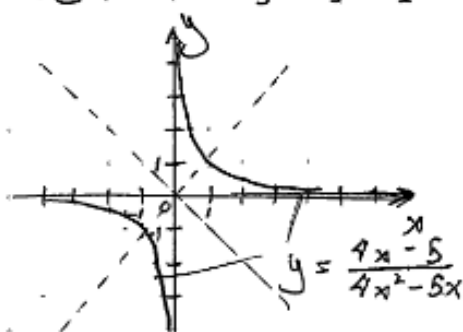
Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 22 (ПРИМЕР 14)

22: $y = \frac{4x-5}{4x^2-5x}$; $y = \frac{4x-5}{x(4x-5)}$; $y = \frac{1}{x}$

$y = \frac{1}{x}$ - функция - обратная пропорциональности, график - гипербола

x	1	2	3	-3	-2	-1
y	1	0,5	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1



$y = kx$
 Три ~~тогда~~ метода значения k график $y = kx$ будет пересекаться с графиком $y = \frac{4x-5}{4x^2-5x}$ в 2-х точках или не пересекаться вообще.
 Ответ: нет таких значений k .

График построен неверно, точка не выколота. Надо отметить, что обучающийся сделал отсюда логически верный вывод относительно отсутствия искомого значения параметра.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 22 (ПРИМЕР 15)

№22

$$y = \frac{4k-5}{4k^2-5k}$$

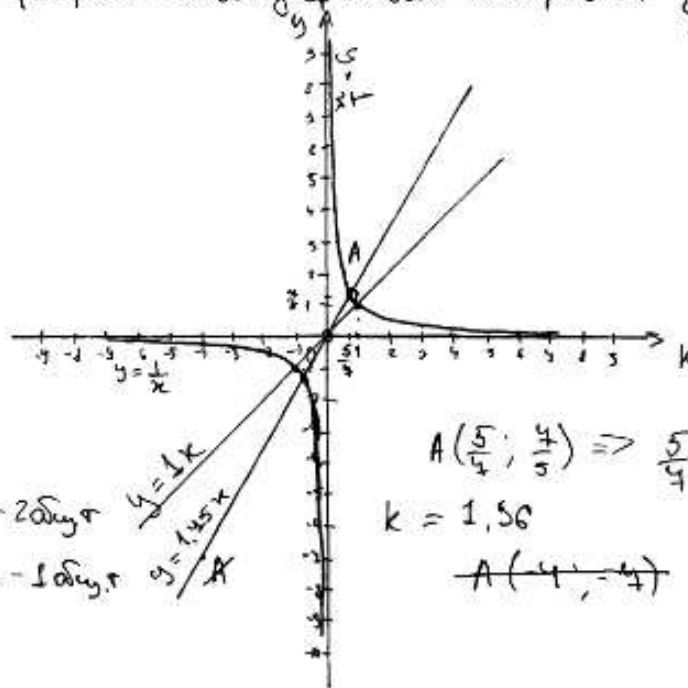
$$4k^2 - 5k \neq 0$$

$$k(4k-5) \neq 0 \Rightarrow k \neq 0 \quad k \neq \frac{5}{4}$$

$$y = \frac{4k-5}{k(4k-5)}$$

$y = \frac{1}{k}$ — график стандартной гиперболы

x	0	$\frac{5}{4}$	1	2
y	0	$\frac{4}{5}$	1	0,5



при $k=1$
 $y = 1$ — 2 точки

при $y = 1,36$ — 1 точка

$$A\left(\frac{5}{4}; \frac{4}{5}\right) \Rightarrow \frac{5}{4}k = \frac{4}{5} \Rightarrow k = \frac{4}{25}$$

$$k = 1,56$$

$$A(4; -4)$$

$$y = kx$$

при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком 1 общую точку.

Ответ: при $k = 1,56$ прямая $y = kx$ имеет с графиком 1 общую точку.

Решение кажется правильным, верно определено значение параметра. Однако в таблице значений указана точка (0,0). Более того, на графике действительно выделена точка (0,0). Отсюда делаем вывод, что график построен неверно.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 22 (ПРИМЕР 16)

22.

$$y = \frac{7x-5}{7x^2-5x} \quad \begin{matrix} x \neq 0 \\ x \neq \frac{5}{7} \end{matrix}$$

$$y = \frac{7x-5}{x(7x-5)} = \frac{1}{x} \text{ - гиперб.}$$

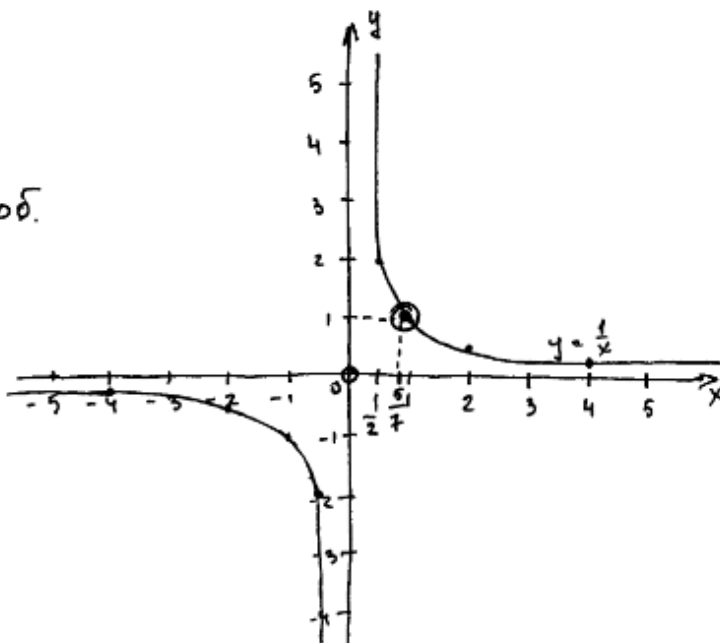
$$\begin{matrix} x & 2 & 4 & 1 & -1 & -2 & -4 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ y & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 1 & -1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & 2 & -2 \end{matrix}$$

$$y = kx$$

$$k \in \mathbb{R} \text{ и } k \neq 1$$

$$k \in \left\{ \frac{5}{7} \right\}$$

$$\text{Ответ: } k \in \left\{ \frac{5}{7} \right\}$$



Ордината выколотой точки определена неправильно: $\left(\frac{5}{7}; 1\right)$. График построен неверно.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример задания 23

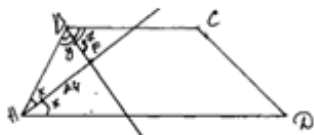
Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 24$, $BF = 18$.

Типичные ошибки

В решениях задач №23 и № 24 обучающиеся часто не доказывали ключевые утверждения. Такие решения оценивались в 0 баллов. Другая распространенная ошибка заключалась в небрежной ссылке на известный геометрический факт. Эта ссылка либо делалась в излишне сжатой, неразвернутой форме (1 балл), либо неверно формулировалась (0 баллов). Использование частных случаев также оценивалось в 0 баллов.

- 1) Не обосновано или недостаточно обосновано утверждение о свойстве биссектрис при боковой стороне трапеции. Это свойство нужно было либо доказать, либо сделать на него грамотную ссылку.
- 2) Необоснованное использование других геометрических утверждений.

ЗАДАНИЕ № 23 (ПРИМЕР 17)



Даны $\triangle ABF$ и высота $\angle AFB$
 т.к. AF и BF — биссектр., Пусть x половина $\angle A$,
 $2x + 2y = 180^\circ$ (угол при A и B пополам)
 $2(x+y) = 180^\circ \quad | :2$
 $x+y = 90^\circ$
 $\angle AFB + (x+y) = 180^\circ$ (в $\triangle ABF$)
 $\angle AFB + 90 = 180^\circ$
 $\angle AFB = 180 - 90 = 90^\circ \rightarrow$

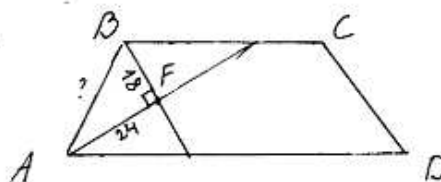
$\rightarrow \triangle ABF$ — прямоугольный
 по т. П.
 $AB^2 = BF^2 + AF^2$
 $AB^2 = 7^2 + 24^2$
 $AB^2 = 49 + 576$
 $AB = \sqrt{625}$
 $AB = 25$

Отв: 25.

Оценка эксперта: 2 балла.

ЗАДАНИЕ № 23 (ПРИМЕР 18)

23. Дано: $ABCD$ — трапеция
 mF — пересечение диаг.
 $AF = 24$
 $BF = 18$
 Найти: AB —



Решение: AF и BF пересекаются в mF под $\angle = 90^\circ$, т.к.
 AF и BF биссектрисы $\angle A$ и $\angle B$ соответственно. \Rightarrow

$\Rightarrow \triangle AFB$ — прямоугольный, т.к. $\angle F = 90^\circ \Rightarrow$ по теореме Пифа-
 гора. $AB^2 = BF^2 + AF^2$
 $AB^2 = 18^2 + 24^2$
 $AB^2 = 576 + 324$
 $AB = \sqrt{900}$
 $AB = 30$

Отв: сторона AB трапеции $ABCD = 30$

В решении школьники могли использовать известный факт, что биссектрисы при боковой стороне трапеции пересекаются под прямым углом. Но в Примере 18 ссылка на это утверждение сформулирована неточно.

Оценка эксперта: 1 балл.

ЗАДАНИЕ № 23 (ПРИМЕР 19)

23

Дано:

прямоугольника $ABCD$

биссектрисы углов A и B

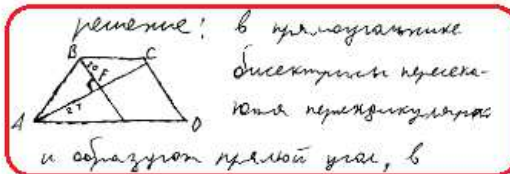
пересекаются в точке F

сторона $AF = 27$ и $BF = 20$

(ответ)

Найти AB

Ответ: сторона $AB = 29$



решение! в прямоугольнике биссектрисы пересекаются перпендикулярно и образуют прямой угол, в

данном случае угол AFB прямой и значит использовать теорему Пифагора можно найти сторону AB . $a^2 + b^2 = c^2$

$$20^2 = 400 \quad 27^2 = 729$$

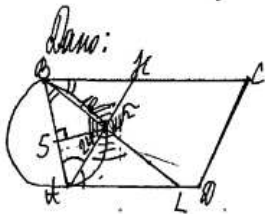
$$400 + 729 = 1129$$

$$\sqrt{1129} = 33.6$$

Другой пример плохой ссылки. В обосновании школьник пишет совсем не то, что изображает на чертеже. Таким образом, решение содержит неверное геометрическое утверждение.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 23 (ПРИМЕР 20)



Дано:

$\square ABCD$,

AF и BF - биссектрисы углов $\angle BAC$ и $\angle ABC$ соответственно.

$AF = 24$,

$BF = 19$.

Найти:

$AB = ?$

Решение:

Проведем перпендикулярно в $\triangle ABF$ высоту FS , параллельно на сторону AB . Тогда образуются 2 прямоугольных треугольника: $\triangle BFS$ и $\triangle FAS$.

Построим дополнительно окружность, диаметром которой является сторона AB . Точка F лежит перпендикулярно на окружности.

AB - диаметр $\Rightarrow \angle AFB = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABF$ - прямоугольный.

$AB^2 = BF^2 + AF^2$ | Теорема Пифагора |.

$$AB^2 = 19^2 + 24^2 = 324 + 546$$

$$AB^2 = 324 + 546 = 870$$

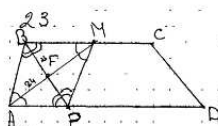
$$AB = \sqrt{870} = 30$$

$AB = 30$. Ответ: сторона AB стороны $ABCD$ равна 30.

В решении делается необоснованный вывод, что точка F лежит на окружности, построенной на AB как на диаметре. Отсюда школьник делает заключение, что треугольник ABF прямоугольный, и применяет к нему теорему Пифагора. Тем самым ключевое утверждение в решении не доказано.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 23 (ПРИМЕР 21)



Лист 1
 $BF=7$; $AF=24$
 $BC \parallel AD$ по свойству трапеции

Проведём отрезок MP .
 Т.к. $BC \parallel AD$ $\angle MBP = \angle PDA$; $\angle ABP = \angle PDM$;
 $\angle MAP = \angle MPD$; $\angle BAM = \angle MPD$ как накрест лежащие.

$\triangle BMP$, равнобео $\triangle MPA$, $\triangle PAB$; $\triangle ABM$
 равнобедренные так как имеют по
 2 угла равных $\angle \Rightarrow$ стороны \rightarrow
 четырёхугольника $ABMP$, который
 состоит из \triangle Рассмотрим $\triangle ABM$ и

Лист 1

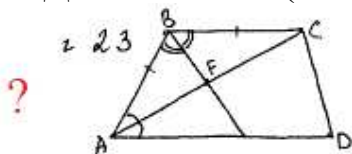
Лист 2

$\triangle APM$. Сторона AM общая $\angle BAM = \angle BMA =$
 $\angle MAP = \angle MPD \Rightarrow \triangle ABM = \triangle APM$.
 $\triangle ABM = \triangle APM \Rightarrow AB = BM = AP = PM$.
 $\angle BAP = \angle BMP$ и $\angle ABM = \angle APM$
 Стороны четырёхугольника $ABMP$ и его
 противоположные углы равны \Rightarrow четырёхуголь
 ник является ромбом, а отрезки
 AM и BP его диагоналями.
 Диагонали ромба при пересечении обра
 зуют $\angle 90^\circ \Rightarrow \triangle BAP$ прямоугольный.
 Тогда найдем сторону AB по теореме Пифа
 гора $c^2 = a^2 + b^2$
 $AB^2 = BF^2 + AF^2$
 $AB^2 = 7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$
 $AB = \sqrt{625} = 25$
 Ответ: 25.

Еще один пример необоснованного дополнительного построения. Школьник продолжает биссектрисы до их пересечения с основаниями трапеции и необоснованно пользуется тем, что полученная фигура является параллелограммом.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 23 (ПРИМЕР 22)



?

Дано $ABCD$ - трапеция
 (\cdot) F - точка пересечения бис-с $\angle B$ и $\angle A$
 $AF = 21$
 $BF = 20$
 Найти AB - ?

Решение

- $\angle BAC = \angle DAC$ (бис-са)
 $\angle BAC = \angle DCA$ (НЛУ при $BC \parallel AD$ и сек AC)
 $\angle DAC = \angle BCA$ (НЛУ при $BC \parallel AD$ и сек AC) $\Rightarrow \angle BAC = \angle BCA$
 - Если $\angle BAC = \angle BCA$, то $\triangle ABC$ - р/б $\Rightarrow AB = BC$
 - Бис-са $\angle B$ явл медианой и высотой $\triangle ABC$, т.к выходит из вершины $\Rightarrow AC = 42$ и $\angle BFC = \angle BFA = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABF = \triangle CBF$ - правоуг. \triangle
 - $AB = BC = \sqrt{21^2 + 20^2} = \sqrt{841} = 29$
- Ответ: $AB = 29$

Схема доказательства в решении верная. Но в ее реализации допущены ошибки. Биссектриса AF на чертеже проходит через вершину C , что сводит задачу к ее частному случаю. Кроме того, выделенные красным углы не являются накрест лежащими при указанных прямых.

Оценка эксперта: 0 баллов.

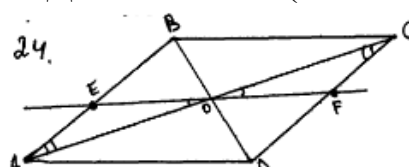
Пример задания 24

Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках K и M соответственно. Докажите, что отрезки BK и DM равны.

Типичные ошибки

- 1) Использование необоснованных утверждений в доказательстве (равенство отрезков, симметричных относительно точки пересечения диагоналей параллелограмма, и др.)
- 2) Ошибки в описании используемых геометрических фактов.

ЗАДАНИЕ № 24 (ПРИМЕР 23)



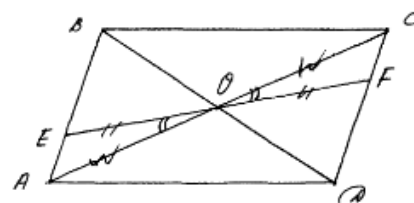
24. Дано: $ABCD$ - параллелограмм
 $BD \cap AC$ в точке O
 прямая $EF \cap AB$ в точке E , $EF \cap DC$ в F
 Доказать: $AE = CF$

Доказательство:
 1) Рассмотрим $\triangle AEO$ и $\triangle CFO$: $\angle AEO = \angle CFO$ (вертикальные)
 $\angle EAO = \angle FCO$ (накрест лежащие при $AB \parallel CD$ и сек. AC)
 $AO = CO$ (по св-ву параллелогра.)
 $\Rightarrow \triangle AEO \cong \triangle CFO$ по стороне и 2м прилежащ. углам
 П.к. AE лежит напротив $\angle EOA$, а CF лежит напротив $\angle COF$
 равного $\angle EOA \Rightarrow AE = CF$ (т.к. в равных \triangle -ках соотв. элементы равны)

Оценка эксперта: 2 балла.

ЗАДАНИЕ № 24 (ПРИМЕР 24)

Дано: $ABCD$ - параллелограмм
 O - т. пересечения диагоналей; AC и BD - диагонали
 EF проходит через т. O
 $E \in AB$
 $F \in CD$



Р-ть: $AE = CF$
 Р-во.

1) в парал-ле диагонали делятся т. пересечения пополам \Rightarrow ~~проведенная прямая~~
 $AO = OC$, а так же \forall пр-т отрезок EF , концы которого E на одной стороне парал-ла и проходит через т. пересечения диагоналей делятся этой точкой пересечения пополам
 $\Rightarrow EO = OF$

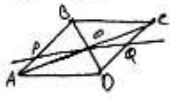
2) $\angle EOA = \angle FOC$ (как вертикальные)
 $AO = OC$ (по п 1)
 $EO = OF$ (по п 1)
 $\Rightarrow \triangle EOA \cong \triangle FOC$ по двум сторонам и углу между ними
 $\Rightarrow EA = FC$ итд!

В этом решении школьник делает ссылку на свойство отрезков, проходящих через центр симметрии параллелограмма.

Оценка эксперта: 2 балла.

ЗАДАНИЕ № 24 (ПРИМЕР 25)

№ 24



Дано $ABCD$ -параллелограмм
 PQ пересекает стороны AB и CD

Док-тв:

$$BP = DQ$$

Док-во

рассмотрим $\triangle OBP$ и $\triangle ODQ$

у них вертикальные углы $\angle BOP$ и $\angle DOQ$, а след. равны

у параллелограмма диагонали точкой пересечения

делятся пополам $\Rightarrow BO = DO$

так же PO и QO равны тк от центра параллелограмма до параллельных прямых одно расстояние

$\triangle OBP = \triangle ODQ$ по 2 сторонам и углу между ними

\Downarrow

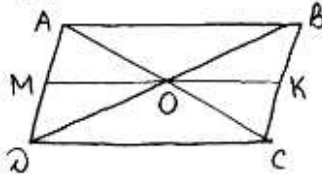
$$BP = DQ$$

Либо школьник описывает свои интуитивные геометрические представления, либо действительно пытается сослаться на свойство симметричности параллелограмма относительно точки пересечения диагоналей. Такую ссылку сложно назвать обоснованной.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 24 (ПРИМЕР 26)

24.



Дано: $ABCD$ -н-мш, OB и AC -диаг.

Д-тв: $BK = DM$

Доказ-во:

1) $\angle BOK = \angle DOM$ (верт.)

$\angle KBO = \angle MDO$ (н.лежащие)

$BO = DO$ (св-во диаг. н-мша)

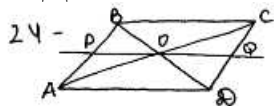
\Rightarrow по II признаку $\triangle BOK = \triangle DOM$.

2) из (1) $\Rightarrow BK = DM$ (т.и.т.д)

В задаче на доказательство №24 школьник обязан давать полные пояснения сделанным геометрическим утверждениям. Не указано (ни в тексте, ни на чертеже), при каких параллельных прямых и секущей углы (выделено красным) являются накрест лежащими. Считаем, что решение не полностью обосновано.

Оценка эксперта: 1 балл.

ЗАДАНИЕ № 24 (ПРИМЕР 27)



Дано: $ABCD$ - параллелограмм;
 AC и BD - диагонали; PQ - прямая,
 проходящая через центр пересечения

диагоналей.

Доказать: $BP = DQ$.

Доказательство:

Рассмотрим $\triangle BOP$ и $\triangle DOQ$:

$$BO = OD$$

$\angle BOP = \angle DOQ$ как вертикальные

$\angle QDO = \angle PBO$ как накрест лежащие при $BC \parallel AD$

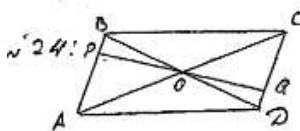
$\triangle BOP = \triangle DOQ$ по стороне и двум прилежащим к ней углам.

Если треугольники равны, то и все их элементы равны. Значит $BP = DQ$.

Параллельные прямые, при которых образованы накрест лежащие углы, указаны неправильно. Решение, содержащее неверное геометрическое утверждение, оценивается в 0 баллов.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 24 (ПРИМЕР 28)



Дано:
 $ABCD$ - параллелограмм
 BD и AC - диагонали
 $BD \cap AC = O$
 PQ проходит через O

Доказать:
 $BP = DQ$

Доказательство:

1) Рассмотрим $\triangle ABO$ и $\triangle CDO$:

а) $BO = DO$ (т.к. в параллелограмме диагонали делятся точкой пересечения пополам)

б) $AO = CO$ (т.к. в параллелограмме диагонали делятся точкой пересечения пополам).

в) $\angle AOB = \angle COD$ (т.к. они вертикальные)

$\Rightarrow \triangle ABO = \triangle CDO$ (по двум сторонам и углу между ними)

$\Rightarrow PO = OQ$; $BO = OD$

2) Рассмотрим $\triangle BOP$ и $\triangle DOQ$:

а) $PO = OQ$ (из пункта 1)

б) $BO = OD$ (из пункта 1)

в) $\angle BQD = \angle OPB$ (накрест лежащие при $AB \parallel CD$ и секущей PQ)

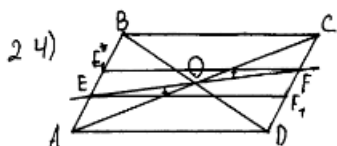
$\Rightarrow \triangle BOP = \triangle DOQ$ (по двум сторонам и углу между ними)

$\Rightarrow BP = DQ$, что и требовалось доказать.

Равенство отрезков PO и OQ не следует из доказанного равенства треугольников.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 24 (ПРИМЕР 29)



24) Дано: $ABCD$ - параллелограмм; AC и BD - диагонали;
Док-тв: $AE = CF$

Док-во:

EE_1, FF_1 - параллельны $\Rightarrow EF$ - диагональ $\Rightarrow EO = OF$.
 AC - диагональ $\Rightarrow AO = OC$.
 $\angle EOA$ и $\angle FOC$ - вертикальные $\Rightarrow \angle EOA = \angle FOC$
 $\Rightarrow AE = CF$

$\Rightarrow \triangle AEO = \triangle COF$
 (по 2-м сторонам и \angle между ними)

Если бы дополнительное построение школьник описывал более подробно (через точки E и F проведем прямые, параллельные стороне параллелограмма BC , и т.д.), он сам мог бы заметить, что возникает особый случай. Когда прямая EF параллельна BC , параллелограмм вырождается в отрезок. Этот случай не учтен представленным доказательством и требует особого рассмотрения.

Оценка эксперта: 0 баллов.

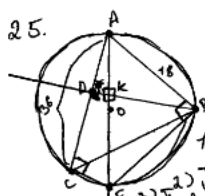
Пример задания 25

В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 60$, $AC = 80$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

Типичные ошибки

С этой задачей справились всего 3% школьников, получивших оценку «5» за экзамен, что составляет 0,2% от общего количества участников. Многие даже не приступали к выполнению этого задания.

ЗАДАНИЕ № 24 (ПРИМЕР 30)



Дано: $\triangle ABC$ - вписан в окружность с центром O
 $AB = 18$, $AC = 36$, прямая $BD \perp AO$ (точка D)
 $BD \cap AC = D$ точка D
 Найти: $CD = ?$

Решение:

- 1) Пусть прямая $AO \cap$ окружность в точке F .
- 2) Пусть прямая $BD \cap AO$ в точке K .
- 3) Проведем $CF \Rightarrow \angle ACF = 90^\circ$ (т.к. опирается на диаметр)
- 4) Проведем $BF \Rightarrow \angle FBA = 90^\circ$ (т.к. опирается на диаметр)
- 5) $\triangle ADK \sim \triangle AFC$ по 2-м углам ($\angle DAK$ - общий, $\angle DKA = \angle ACF = 90^\circ$)
 $\frac{AD}{AF} = \frac{AK}{AC} \Rightarrow AK \cdot AF = AD \cdot AC \Rightarrow AK \cdot AF = 36AD$
- 6) $\triangle AKB \sim \triangle ABF$ по 2-м углам ($\angle KAB$ - общий, $\angle AKB = \angle ABF = 90^\circ$)
 $\frac{AK}{AB} = \frac{AB}{AF} \Rightarrow AK \cdot AF = AB^2$
 $AK \cdot AF = 18^2 = 324$

4) Из 5-го и 6-го пунктов:

$$\begin{aligned} AK \cdot AF &= 36AD \\ AK \cdot AF &= 324 \end{aligned} \Rightarrow 36AD = 324 \quad | :36$$

$$AD = \frac{324}{36} = 9$$

8) $CD = AC - AD = 36 - 9 = 27$

Ответ: 27

Оценка эксперта: 2 балла.

Учителя Иркутской области отмечают следующие проблемы, связанные с выбором учебников при обучении математике в 9-м классе.

В нашем регионе подавляющее большинство обучающихся осваивают геометрию по учебнику под редакцией Л.С. Атанасяна. Намного реже используется учебник по геометрии под редакцией А.В. Погорелова. В учебнике под редакцией Л.С. Атанасяна теоретический материал изложен полно, последовательно, систематично. Разнообразный задачный материал. Но многие базовые утверждения сформулированы только в содержании задач и не выделены в виде теорем. Опытные учителя активно применяют опорные конспекты, для того чтобы акцентировать внимание обучающихся на ключевых утверждениях.

3.4. Анализ метапредметных результатов обучения, повлиявших на выполнение заданий КИМ

Для осознания метапредметных результатов, повлиявших на выполнение заданий КИМ по математике, следует оценить метазнания (знания о способах получения знаний), метаумения (междисциплинарные познавательные умения и навыки) и метапредметные результаты (развития способностей). Под метапредметными результатами по математике понимается способ деятельности в рамках образовательного процесса и решение проблем практико-ориентированных задач. К средствам формирования метапредметных результатов обучения относят практические работы, расчетные задачи, задания, для решения которых требуется усвоить информацию из различных источников и других общеобразовательных предметов школьной программы. Так, в математике задействованы знания из области химии, биологии, физики и ряда других предметов.

Проведение выбора наиболее эффективных способов решения, выдвижение гипотезы и оформление результатов относятся ко всем заданиям развернутой части. Требуется подбирать исходные данные; выбирать правильный алгоритм в решении математической задачи; прогнозировать и подбирать ответ в соответствии с условием задачи. Формирование навыков смыслового чтения заданий как метапредметного результата задействовано во всех заданиях ЕГЭ по математике, так как необходимо четко понимать, что именно требуется от экзаменуемого. Помогает самостоятельность работы с информацией для выполнения конкретного задания. Требуется наличие умения составления и чтения таблиц и графиков.

Метапредметные знания применяются в рамках образовательного процесса и в бытовых условиях, когда обучающиеся могут принимать решения в различных жизненных ситуациях, где требуются умения мыслить

нестандартно или креативно. Так, знания по математике периодически применяются в бытовых условиях: посчитать, войдет ли определённый предмет в дверной проем; можно ли поместить трость в чемодан; оценить калорийность блюд в дневном рационе человека; определить процентное содержание лекарственного вещества в зависимости от веса и возраста человека. Метапредметность – это явление существования единых основ нескольких предметов. Если речь идет о математике, то под последними понимается связь с биологией, физикой, химией, когда в заданиях требуется представлять структурные формулы веществ с определенным расположением радикалов и заместителей; русским языком, когда в заданиях с развернутым ответом требуется четко излагать алгоритм решения с пояснениями, и если экзаменуемый не приобрел умение формировать свою мысль четко и грамотно, то возможны проблемы в проверке работы экспертами.

Периодически можно наблюдать типичные ошибки, обусловленные слабой сформированностью метапредметных результатов. Например, в заданиях на составление определенной последовательности правильных ответов требуется предельная концентрация внимания экзаменуемых и определенные навыки принятия решения.

Согласно ФГОС ООО, должны быть достигнуты не только предметные, но и метапредметные результаты обучения, в том числе:

1) умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;

В решении заданий, содержание которых является не совершенно алгоритмическим, обучающиеся демонстрируют уровень освоения этого умения.

Например, в группе заданий №№ 2-4 с практическим содержанием первой части ОГЭ можно выбрать любой способ решения: подсчет площадей и расстояний сначала в клетках, и потом перевести их в метры, либо сразу все считать в метрах. Какой из этих способов наиболее эффективный и быстрее приведет к правильному ответу, решать участнику экзамена.

На задание № 2 верно ответили только чуть больше двух третей выпускников. Верный ответ в задании № 3 дала лишь половина из них. Неправильный ответ получился из-за неверного понимания условия, когда считают в квадратных метрах, а не в плитках.

Задание № 4 оказалось наиболее трудным заданием в первой части. Верный ответ дали две пятых от общего числа выпускников. Один из неверных ответов получается при вычислении в клетках, а не в метрах.

При решении задания № 14 перед участником экзамена также стоит выбор способа решения: решать по формулам прогрессий или последовательно вычислять значения на каждом шаге. Эффективность первого способа выше, чаще всего когда в задании даны большие числовые значения. В задании 2022 года гораздо проще было решить вторым способом. Верный ответ дали чуть больше двух третей от общего числа выпускников.

Геометрическое задание первой части № 18 предполагает, что участник ОГЭ может подсчитать площадь треугольника на клетчатой бумаге не только по формуле, но и другими, альтернативными способами. Почти 15% не выполнили это задание, что говорит о незнании формулы площади треугольника (забыли поделить на 2).

Геометрические задания второй части (№№ 23, 24 и 25) особенно характеризуются вариативностью подходов. С этими заданиями справились в сумме меньше 10% участников экзамена.

Считаем, что у большинства это умение сформировано на недостаточно высоком уровне. Это связано с тем, что громадное количество задач в учебных пособиях носят чисто алгоритмический характер, предполагающий формальный подход к решению, без должного осмысления условий задач (и по алгебре, и по геометрии), выпускники осваивают в большей мере рецептурный подход в решении.

2) умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения;

Такое умение необходимо при решении любого задания на ОГЭ по математике. Прежде чем приступить к заданию, участнику экзамена желательно оценить, сможет ли он вообще с ним справиться, стоит ли тратить на него время. А после того, как получен ответ – оценить его правильность. Так, в первой части экзамена в 2023 году получена пятая часть неверных ответов.

Если говорить о второй части, где задания с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней, то также было много случаев, когда выпускники принимались решать какое-нибудь задание, часто даже не понимая его смысл.

3) владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности;

Принять решение и осуществить осознанный выбор необходимо было при решении заданий № 11, 13 и 19. Не справились с каждым из этих заданий примерно по 25-30% участников экзамена. Ошибки в основном, на наш

взгляд, были сделаны как раз из-за того, что выбор верного ответа выпускником делался не осознанно, а что называется, «наугад».

4) умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы;

В решении заданий первой части обучающиеся применяют простейшие дедуктивные рассуждения, в которых требуется построить довольно короткие умозаключения из нескольких посылок. Как видно, с такими заданиями многие школьники справляются. В более сложных задачах базового уровня (например, задания №№ 8, 11, 12, 13 – процент выполнения меньше, чем остальных заданий, хотя и составляет примерно 60-70%) рассматривается теория более высокого уровня абстракции, строить дедуктивные умозаключения с такими абстрактными объектами уже немного сложнее. Это сказывается на проценте выполнения.

Обучающиеся не всегда понимают необходимость строгого логического обоснования решения, а если оно приводится, то нет понимания сути доказательства общих утверждений.

5) умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;

Это умение участники могли продемонстрировать при решении задания №№ 1-4 практической направленности. В задании № 1 нужно было по схеме определить расположение и название определенных объектов. Неверно ответили здесь лишь 2% участников. Чтобы решить задания № 2-5 на этой же схеме обязательно было понять, о чем идет речь в заданиях, определить масштаб клеток, расположение дорожек, размеры плиток. С заданием № 2 не справились четверть выпускников, с заданием № 3 – почти половина, с заданием № 4 – 60% участников экзамена. Таким образом, высокий уровень этого умения учащимися достигается лишь при решении самой простой задачи – задания № 1.

б) смысловое чтение;

Выпускники делали ошибки из-за неверного понимания условия (смысла) задания, например, в заданиях №№ 1-5. Все эти задания объединены одним сюжетом, описание которого было дано в виде текста с картинками. Неправильные ответы в задании № 1 могли получиться при неверном понимании условия (путаницы в словах слева-справа). Процент

ошибок, правда, в этом задании незначителен. Неверный ответ в задании № 3 (3,9% выпускников) получается при неверном понимании условия, когда считают в квадратных метрах, а не в плитках. В задании № 5 наиболее распространённые неверные ответы получаются также при неверном понимании условия.

Такая же ситуация и с заданием № 14: почти пятая часть выпускников дает неправильный ответ при неверном понимании условия.

7) умение осознанно использовать речевые средства в соответствии с задачей коммуникации для выражения своих чувств, мыслей и потребностей; планирования и регуляции своей деятельности; владение устной и письменной речью, монологической контекстной речью

Такое умение участники ОГЭ по математике могли продемонстрировать лишь в части владения письменной речью при оформлении заданий №№ 20-25 с развернутым ответом.

Например, в алгебраическом задании № 21 необходимо было найти среднюю скорость автомобиля. Традиционно в общем случае она находится как отношение всего пройденного автомобилем расстояния ко всему потраченному на этот путь автомобилем времени.

Особенно важно владение письменной математической речью при оформлении геометрических заданий №№ 23-25. Это как раз задания, с которыми участники экзамена справились хуже всего.

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы и связь с успешностью выполнения заданий КИМ	
1) Овладение универсальными учебными познавательными действиями	
Базовые логические действия	Проблемы сформированности логических универсальных учебных действий особое отражение находят в неумении работать со знаково-символьными моделями (недостаточный уровень абстракции мышления). Это отмечалось нами в содержательном анализе выполнения заданий КИМ. Задание № 1 (текст которой не содержит ни одного математического термина) не смогли выполнить две трети школьников, получивших оценку «2». Эта проблема усугубляется при повышении уровня абстракции объектов. Проценты выполнения заданий, требующих математической техники (к которым относятся, в частности, все задания второй части), крайне низкие. С особенно ярким примером неумения интерпретировать символичный текст мы

	<p>встречаемся в анализе выполнения задания №19. Все три утверждения касаются математических объектов, знакомых школьникам с начальной школы: прямая, ромб, трапеция. Чтобы интуитивно оценить истинность утверждения (не опираясь на математическую теорию), достаточно представить себе эти объекты. Тогда видно, что у ромба не все углы равны, а основания трапеции параллельны. Тем не менее 14% школьников не справились с этим заданием.</p> <p>Другой важный аспект – понимание того, что представляет собой доказательство, и умение построить дедуктивное алгебраическое или геометрическое доказательство. Чуть менее половины школьников, получивших оценку «5», смогли грамотно сформулировать доказательство утверждения из задания № 24. Процент выполнения вычислительного задания сопоставимого уровня сложности № 23 среди этой группы обучающихся выше (64,9%). Школьники, получившие «4» (а значит, в целом обладающие базовыми геометрическими знаниями), в принципе не справились с заданием на построение доказательства (1,4%).</p>
<p>Базовые исследовательские действия</p>	<p>Невысокий уровень развития исследовательских навыков проявляется в решении заданий различного уровня сложности. Даже геометрические задачи базового уровня требуют небольшого эвристического исследования. Нужно догадаться, какое сделать дополнительное построение (задания 16 и 17), выбрать оптимальный способ нахождения площади ромба (задание 18). Среди обучающихся, получивших оценку «3» на экзамене, с заданием 16 справляется лишь 52%. Таким образом, даже простейшее исследование может провести лишь половина школьников удовлетворительного уровня математической подготовки.</p> <p>Для решения геометрического задания высокого уровня сложности № 25 нужны только базовые геометрические знания. Все они (за исключением темы подобия треугольников) затрагивались в геометрических заданиях базового и повышенного уровней сложности. Тем не менее школьники, получившие за экзамен «5», успешно справляются с</p>

	задачами базового уровня (не менее 94%) и в среднем справляются с задачами повышенного уровня (около 50%), но не могут решить задачу № 25 (3% выполнения). Владея необходимым математическим аппаратом, они не могут выстроить исследование в решении этой задачи.
Работа с информацией	<p>Основная проблема в работе с информацией, проявившаяся в этом экзамене по математике для 9-го класса, связана, собственно, с пониманием текстов, написанных на русском языке (проблема смыслового чтения). В задании № 5 нужно ввести ответ со стоимостью целого набора продуктов, цена каждого не менее 10 рублей. Тем не менее в ответ ряд школьников вводит однозначные числа. В задании 7 требуется написать номера правильных утверждений (всего их 4). Среди ответов встречаются 45, 50, 72... То же касается и нескольких других заданий, когда здравый смысл и умение понимать текст могли бы помочь хотя бы угадать ответ (как в задании 7). Задание № 12, требующее выполнения двух арифметических действий с рациональными числами, оказалось самым сложным заданием базового уровня (58,9%). Многие школьники не поняли естественно-научный текст условия.</p> <p>Тем не менее можно сказать, что школьники, успешно выполнившие задания первой части, продемонстрировали умение работать с информацией в различных формах, у них умение работать с информацией можно считать сформированным на базовом уровне.</p>
2) Овладение универсальными учебными коммуникативными действиями	
Выражение своей точки зрения в письменных текстах	<p>В решениях заданий с развернутым ответом обучающиеся демонстрируют неумение выразить свою мысль. Мы видим это в обрывочных сжатых ссылках на теоремы в геометрических задачах. Так, в примере 19 школьник называет трапецию прямоугольником (хотя имеет в виду трапецию), не уточняет, про какие биссектрисы четырехугольника идет речь (их четыре, а не две) и т.д. В решении задания № 21 обучающиеся пренебрегают описанием, что берется за переменную (Пример 10). Многие школьники не стараются использовать</p>

	<p>точную математическую и логическую терминологию, не имея сформированной привычки к ясному изложению своих размышлений.</p>
<p>3) Овладение универсальными учебными регулятивными действиями</p>	
<p>Самоорганизация</p>	<p>Судя по поведению школьников на заседаниях конфликтных комиссий, можно заключить, что подавляющее большинство тех, кто не получил желаемой оценки за экзамен, были в этой оценке сильно заинтересованы. Это означает, как правило, невысокий уровень сформированности регулятивных действий. Школьники с неудовлетворительными оценками не смогли собраться на экзамене, вдумчиво выполнить задания «с учетом собственных возможностей» (см. ФГОС для основного общего образования) в рамках этой дисциплины. В разделе «Работа с информацией» приведены примеры, показывающие, что некоторые участники экзамена даже не пытаются понять текст заданий, не содержащих сложных математических объектов, формул.</p> <p>Обучающиеся, недовольные оценками заданий с развернутым ответом, апеллируют выражениями «ну это же понятно», «я описался», «зачем это писать». В то время как логика представления математического решения описывается на уроках и в учебниках. В этом проявляется неспособность к самоорганизации и неумение понимать ответственность за свои решения.</p>
<p>Самоконтроль</p>	<p>Письменное изложение математического решения связано не только с логическими и коммуникативными действиями, но и с действием самоконтроля. Участники экзамена должны понимать, по каким правилам проходит экзамен, и уметь по возможности удовлетворить эти требования для получения наилучшего результата. Школьники с неплохим уровнем математической подготовки не всегда понимают, что проверяется именно текст решения, поэтому в нем нужно аккуратно описать положения, которые им могут казаться очевидными. К примеру, нужно указать, при каких параллельных прямых и секущей равны накрест лежащие углы (Пример 27).</p> <p>Другое проявление самоконтроля касается сформированного навыка к перепроверке своих</p>

	текстов, рассуждений, записей. К сожалению, нередко допускаемые ошибки могли быть устранены самим школьником при самопроверке.
--	--

3.5. Выводы об итогах анализа выполнения заданий, групп заданий:

- *Перечень элементов содержания / умений, навыков, видов познавательной деятельности, освоение которых всеми школьниками региона в целом можно считать достаточным.*

Элементы содержания (базовый уровень):

- Статистика и теория вероятностей
- Числа и вычисления
- Координаты на прямой и плоскости

Умения, навыки (базовый уровень):

- Умение выполнять вычисления и преобразования
- Умение работать со статистической информацией

- *Перечень элементов содержания / умений, навыков, видов познавательной деятельности, освоение которых всеми школьниками региона в целом, а также школьниками с разным уровнем подготовки нельзя считать достаточным.*

Для всех школьников региона в целом.

Элементы содержания:

- Алгебраические выражения
- Уравнения и неравенства
- Функции и графики
- Геометрия

Умения, навыки

- Умение строить и читать графики функций.
- Умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.
- Умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели.

Для обучающихся, получивших «2».

Элементы содержания:

- Алгебраические выражения
- Геометрия. Измерение геометрических величин. Синус, косинус, тангенс острого угла прямоугольного треугольника

- Геометрия. Треугольники. Центральный угол, вписанный угол, величина вписанного угла
- Геометрия. Трапеция, равнобедренная трапеция.

Умения, навыки

- Умение применять алгебраические формулы для практических расчетов.
- Умение применять тригонометрию в геометрической задаче.
- Умение применять свойства окружностей и равнобедренной трапеции в геометрической задаче.

Для обучающихся, получивших «3».

Элементы содержания:

- Алгебраические выражения
- Числа и вычисления. Арифметические действия с натуральными числами.
- Уравнения и неравенства.

Умения, навыки

- Умение применять алгебраические формулы для практических расчетов.
- Умение применять геометрические утверждения для решения прикладной задачи.
- Умение решать линейные уравнения.

Для обучающихся, получивших «4» и «5».

Элементы содержания:

- Геометрия. Геометрические фигуры и их свойства. Многоугольники. Параллелограмм
- Функции и графики.

Умения, навыки

- Умение применять свойства геометрических фигур в геометрических задачах на доказательство.
- Умение применять свойства треугольника в геометрических задачах высокого уровня сложности.
- Умение исследовать функции, строить графики функций в заданиях высокой сложности.

Основные затруднения у школьников возникают при решении заданий второй части ОГЭ по математике (заданий с развернутым ответом). Эти задания (№№ 20-25) являются заданиями повышенного и высокого уровней:

они не менялись на протяжении всего рассматриваемого периода 2019-2022 гг. Однако результаты выпускников все эти годы остаются одинаково очень низкими.

Одной из причин, на наш взгляд, является довольно низкий порог для получения отметок «4» и «5». Чтобы получить отметку «4», достаточно было набрать 15 первичных баллов. Но ведь за задания с кратким ответом можно получить максимум 19 первичных баллов, что как минимум не стимулирует участников экзамена решать задания второй части. В то же время отметка «5» выставлялась уже за 22 первичных балла, то есть при полностью верно решенной первой части экзамена, достаточно решить максимум две задачи из второй части, при этом можно еще и допустить одну арифметическую ошибку

Социальные причины. Согласно статистике результатов по муниципальным образованиям Иркутской области в городах Иркутске, Ангарске, Шелехове, Усть-Илимске процент школьников, получивших оценку «5», выше хотя бы 8%. В ряде АТЕ, к сожалению, процент школьников с оценкой «5» меньше 1%. Это показывает серьезные трудности в организации профильного обучения в различных территориях Иркутской области, вероятнее всего, связанные с дефицитом кадров.

Причины, обусловленные содержанием образовательных практик (они характерны не только для нашего региона) Рецептурный подход в обучении математике, ориентация на невдумчивое применение алгоритмов, правил, «лайфхаков для подготовки к ОГЭ и ЕГЭ» не способствует формированию метапредметных умений и препятствует качественному образованию.

Причины мотивационного характера. Как показывает анализ, процент выполнения заданий повышенного уровня школьниками, получившими оценку «4», ниже 5. Процент выполнения заданий повышенного уровня школьниками, получившими оценку «5», составляет около 50, а высокого уровня сложности – 3. Нам представляется, что порог для оценок «4» и «5» занижен, что демотивирует школьников к более серьезному изучению математики.

Использование рекомендаций, разработанных по результатам ОГЭ по математике 2022 года для системы образования Иркутской области, позволило учителям уделить больше внимания типичным ошибкам, которые допускают выпускники, скорректировать методы подготовки обучающихся к экзамену, применять дифференцированный подход в подготовке школьников с разным уровнем подготовки по предмету. Педагоги отмечают, что

рекомендации помогают им в достижении образовательных результатов и положительно влияют на их динамику.

Проведение вебинаров, семинаров и освоение ДПП ПК учителями математики по темам, направленным на преодоление выявленных по результатам ОГЭ 2022 года дефицитов знаний и составленных рекомендаций, позволило хоть и незначительно, но улучшить результаты по отдельным темам. Обучающиеся значительно лучше справились в 2023 году с теми темами, по которым проведены мастер-классы (вероятность и статистика). Мероприятия, включенные в дорожную карту Иркутской области в 2022 году, положительно влияют на динамику результатов ОГЭ.

Судя по представленным материалам, можно предположить, что в рамках школьной программы большее внимание уделяется теоретической подготовке выпускников, а практическим знаниям уделяется остаточное внимание. Наблюдается увеличивающаяся дифференциация учеников с различным уровнем подготовки. Для обучающихся рекомендовано проводить большее количество практико-ориентированных уроков, которые позволяют осмыслить содержание, а не заучить готовые шаблоны и формулы. Рекомендуется уделять внимание работе со справочным материалом, который представлен в КИМ в открытом доступе выпускникам, сдающим математику.

4. РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ ПО СОВЕРШЕНСТВОВАНИЮ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

4.1. Рекомендации по совершенствованию преподавания учебного предмета для всех обучающихся

○ *Учителям, методическим объединениям учителей*

1) Нужно обучать методам решения заданий по основным разделам школьной математики, делая акцент на понимании ключевых логических схем в этих методах. По каждой теме целесообразно рассматривать разнообразные, а не «типичные» задания, чтобы обучающиеся более эффективно осваивали идеи и методы. Ориентация на логическую составляющую математической теории способствует углублению понимания математики и формированию логических познавательных учебных действий.

2) Регулярное применение в образовательном процессе теоретических контрольных и самостоятельных работ. Изучение теоретического материала формирует теоретическое и абстрактное мышление, развивает коммуникативные навыки. В современной школьной практике нередко встречается ситуация, когда школьники разбирают только формулировки геометрических теорем, «правила» построения графиков отдельных видов функций и т.д. Многие школьники не знают авторов учебников, по которым учатся, и не читают эти учебники! Мы видим, как в итоге такого обучения школьники справляются с экзаменационными заданиями (задачу на доказательство выполнили 4% школьников).

3) В обучении геометрии рекомендуем использовать пропедевтические курсы наглядной геометрии, современные практики (головоломки Катрионы Ширер, задачи журнала «Квантик», олимпиадные задачи по геометрии для младших школьников, способствующие формированию геометрического мышления на наглядных геометрических объектах). Например, геометрическое задание №18 можно переключением свести к подсчету площади квадрата. Для выполнения задания №19 можно нарисовать ромб и трапецию. Существует много наглядных интерпретаций для свойств геометрических фигур.

В стандартном школьном изложении нередко геометрия теряет как свою аксиоматическую основу (исключаются доказательства), так и свою наглядность. Обучение, которое учитывает эти две стороны геометрической теории, будет способствовать умению школьников работать с разными формами представления информации: текстовой, геометрической.

4) Следует обращать внимание обучающихся на возможности использования интернет-ресурсов, в которых представлена нормативная информация по организации ОГЭ и методические рекомендации по подготовке к ОГЭ.

В первую очередь это сайт ФГБНУ «ФИПИ». Школьникам необходимо изучить структуру сайта, разобрать демонстрационный вариант КИМ, обратить внимание на справочные материалы, которыми может пользоваться участник экзамена. Особое внимание уделить критериям оценки заданий. Для пояснения критериев оценки демонстрировать примеры из методических материалов для председателей и членов РПК по проверке выполнения заданий с развернутым ответом ОГЭ. В материалах представлены типичные ошибки школьников, примеры их оценки. Использовать открытые банки заданий ОГЭ по математике. Их главная цель — дать представление о том, какие задания будут в вариантах ОГЭ по математике, и помочь выпускникам сориентироваться при подготовке к экзамену. На сайте ГАУ ИО ЦОПМКиМКО в дополнение к этому представлена информация о том, как подается апелляция, по каким вопросам заявление на апелляцию подавать не надо. Там же можно ознакомиться с методическими рекомендациями по результатам ОГЭ по математике в Иркутской области, в которых также представлены многочисленные примеры выполнения заданий и их оценки. Полезным будет раздел «Часто задаваемые вопросы». Если периодически обращаться к этим материалам, показывать обучающимся, это будет способствовать формированию навыков целеполагания, навыков разрешения проблем у школьников. Они получают более полное представление о стоящей перед ними задаче – успешная сдача ОГЭ, о необходимых условиях для этого, будут ориентироваться не на слова знакомых и участников форумов. Когда учитель говорит, что такие-то формулы надо знать, таких-то правил представления решения надо придерживаться и т.д., к этим словам подростки часто относятся без особого доверия. Следует формировать у них умение ориентироваться в различных источниках информации, уметь читать и интерпретировать нормативные и иные документы (не перегружая, естественно, излишней бюрократизацией, акцентируя внимание на важной и полезной информации).

Эта рекомендация дается нами на основании опыта выступлений и открытых занятий для школьников, абитуриентов, на основании взаимодействия со школьниками на заседаниях конфликтных комиссий. Многие обучающиеся имеют туманные представления о критериях проверки, не понимают их определенности, связывают результаты проверки со случайным настроением доброй/злой комиссии. С другой стороны, если в работе

решение имеет неадекватную оценку (о чем желательно проконсультироваться с учителем), школьник должен понимать, как происходит процедура апелляции. Таким образом, такая работа со школьниками будет содействовать формированию у них регулятивных умений и навыков.

Рекомендуем использовать в работе со всеми обучающимися материалы открытого банка заданий ФГБНУ «ФИПИ», которые оказывают существенную методическую помощь учителям математики. Для повышения качества образования педагогам важно изучить документы, регламентирующие разработку КИМ для ОГЭ по математике (кодификатор элементов содержания и спецификация экзаменационной работы).

○ *Муниципальным органам управления образованием*

1) Организация систематической работы по подготовке к ОГЭ и ЕГЭ для мотивированных школьников из различных муниципальных образований Иркутской области, чтобы предоставить возможность заинтересованным обучающимся получить хорошую подготовку в условиях дефицита кадров учителей.

2) Поддержка дополнительного образования учителей в рамках курсов повышения квалификации, участия в профессиональных предметных конкурсах, продолжения высшего образования в магистратуре по педагогическому профилю и т.д.

4.2. Рекомендации по организации дифференцированного обучения школьников с разным уровнем предметной подготовки

○ *Учителям, методическим объединениям учителей*

1) Организовывать обучение школьников с хорошим уровнем подготовки в рамках дополнительного математического образования, организовывать участие таких школьников в этапах всероссийской олимпиады школьников по математике и олимпиадах из списка Совета олимпиад.

Пояснение. Для успешного выполнения обучающимися заданий повышенного и высокого уровней сложности не всегда хватает школьной математической базы. В особенности это касается заданий высокого уровня сложности, предназначенных для более точной дифференциации обучающихся высокого уровня подготовки. Навыками решения задач со сложной логической структурой, *навыками самостоятельного поиска решения задач* чаще обладают школьники, которые дополнительно занимаются в кружках, участвуют в математических олимпиадах. В кружках

и на олимпиадах школьники учатся решению задач разнообразного логического содержания и *последовательному изложению своих логических рассуждений*. Участие в олимпиадах различного уровня, в том числе в перечневых олимпиадах, предоставляет возможности для регулярной тренировки этих навыков.

Поэтому рекомендуется способствовать дополнительному математическому образованию школьников, не ограничиваясь формально областью подготовки к ОГЭ или ЕГЭ по математике. Привлекать школьников в олимпиадную деятельность, к обучению в летних математических школах и образовательных сменах, проводимых в регионе и за его пределами, просмотру популяризаторских роликов о фундаментальной и прикладной математике.

2) Организовывать *осознанную учебную деятельность* школьников с низким и средним уровнями подготовки.

Пояснение. Если в силу обстоятельств школьник имеет низкий уровень подготовки, в первую очередь он должен представлять себе, на каком уровне знаний он находится и что он может достичь за оставшийся период. Эти регулятивные действия очень важны для организации осознанной деятельности по подготовке к экзамену. Один из механизмов, который при этом следует использовать, – разъяснение структуры и содержания экзамена, описанное нами в пункте 2.4.1. Следует запланировать работу над определенными заданиями и добиваться их досконального понимания, постоянно тренируясь в выполнении заданий со стандартными и нестандартными формулировками, обширно представленными в открытом банке заданий ОГЭ по математике.

При этом, к сожалению, приходится сталкиваться с выпускниками школ, которые говорят, что учитель их не готовил к выполнению заданий с развернутым ответом. Поэтому подчеркнем, что индивидуализация траектории обучения не должна быть направлена на искусственное занижение потенциала обучающегося.

3) Использовать для мотивированных обучающихся ресурсы региональных и федеральных центров по работе с одаренными детьми.

Пояснение. Образовательный центр «Сириус», созданный по инициативе Президента РФ, предоставляет возможность бесплатных и доступных (без предварительного отбора) онлайн-курсов по алгебре и геометрии. В рамках геометрических курсов «Сириуса» широко рассматриваются методы решения геометрических задач, которые были бы полезны при подготовке к ОГЭ и ЕГЭ. Использование такого ресурса позволит организовать индивидуальную траекторию развития для

математически мотивированных обучающихся даже в отдаленных территориях Иркутской области.

○ *Администрациям образовательных организаций*

Поддерживать создание программ и курсов в образовательных организациях для ликвидации математической безграмотности и для продвинутого обучения (возможна организация работы с разновозрастными группами).

○ *Муниципальным органам управления образованием*

Поддерживать организацию программ и курсов для ликвидации математической безграмотности и для продвинутого обучения (возможна организация работы с разновозрастными группами) на уровне муниципального образования. К реализации программы привлекать специалистов из образовательных организаций с лучшими результатами. Эта практика уже реализуется в отдельных муниципальных образованиях Иркутской области.

Одним из самых сложных этапов в получении высоких результатов ОГЭ является разработка и усвоение алгоритмов решения задач. У экзаменуемого должно быть на вооружении несколько необходимых алгоритмов решения и особенностей их использования в зависимости от условия задачи, а также понимание того, что процесс оценивания экспертами не сводится только к получению правильного результата, а представлению определенных элементов, за которые выставляются баллы.

Во многих учебных заведениях решают стандартные варианты постановки и не обращают должного внимания на суть вопроса и исключения из правил. Причинами тому могли стать неглубокие знания предмета, формальное усвоение учебного материала, следствием которого является неумение перенести полученные знания в новую ситуацию, а также невнимательность при анализе условий заданий. Значительное количество выпускников не овладело важным практическим умением использовать полученные знания для объяснения взаимосвязи между математическими процессами, что значительно снижает результаты оценочных процедур.

Подготовка к ОГЭ обучающихся не должна сводиться к натаскиванию на решение типичных заданий, а должна предусматривать формирование у учащихся системы знаний, поэтому рекомендуется больше учебного времени уделить вопросам систематизации знаний, решению заданий с развернутым ответом, формированию практических навыков. Это можно реализовать на дополнительных занятиях. Для учеников рекомендуется решать хотя бы один

КИМ в неделю — это обязательно для формирования понимания структуры и наполнения экзаменационной работы.

ГАУ ИО ЦОПМКИМКО