

Методический анализ результатов ОГЭ¹ по математике

РАЗДЕЛ 1. ХАРАКТЕРИСТИКА УЧАСТНИКОВ ОГЭ ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ

1.1. Количество участников экзаменов по учебному предмету (за 3 года)

Таблица 2-1

Экзамен	2022 г.		2023 г.		2024 г.	
	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
ОГЭ	25979	99,6	28525	99,3	30767	99,3
ГВЭ-9	1183	97,7	1359	98,3	1553	99,9

1.2. Процентное соотношение юношей и девушек, участвующих в ОГЭ (за 3 года)

Таблица 2-2

Пол	2022 г.		2023 г.		2024 г.	
	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
Женский	12898	49,6	14244	49,94	15566	50,6
Мужской	13081	50,4	14281	50,06	15201	49,4

1.3. Количество участников ОГЭ по учебному предмету по категориям

Таблица 2-3

№	Участники ОГЭ	2022 г.	2023 г.	2024 г.
---	---------------	---------	---------	---------

¹ При заполнении разделов Главы 2 использовался массив результатов основных дней основного периода ОГЭ

п/п		чел.	%	чел.	%	чел.	%
1.	Обучающиеся СОШ	21505	82,8	23679	83,0	25575	83,1
2.	Обучающиеся лицеев	1392	5,4	1358	4,8	1592	5,2
3.	Обучающиеся гимназий	1188	4,6	1274	4,5	1469	4,8
4.	Обучающиеся СОШ с углубленным изучением отдельных предметов	833	3,2	994	3,5	935	3,0
5.	Обучающиеся ООШ	631	2,4	771	2,7	827	2,7
6.	Обучающиеся В(О)СОШ	190	0,7	198	0,7	186	0,6
7.	Обучающиеся СОШ-интернат	155	0,6	178	0,6	103	0,3
8.	Обучающиеся кадетских корпусов	65	0,3	63	0,2	73	0,2
9.	Обучающиеся коррекционных школ	20	0,08	10	0,04	7	0,02

ВЫВОД о характере изменения количества участников ОГЭ по предмету

Динамика количества участников по предмету

В течение трех лет 2022-2024 гг. количество выпускников, принявших участие в ОГЭ по математике, постоянно возрастает: 25979 (2022 год), 28525 (2023 год), 30767 (2024 год). Так же наблюдается рост участников ГВЭ-9: 1183 (2022 год), 1359 (2023 год), 1553 (2024 год). Поскольку экзамен является обязательным для выпускников 9 класса, можно сделать вывод, что количество участников, выросшее на 18%, объясняется повышением рождаемости в регионе в соответствующий временной период и, возможно, некоторым увеличением процента участников в основной период экзамена.

Соотношение юношей и девушек среди участников экзамена

Соотношение процентного участия юношей и девушек практически не меняется в течение последних трех лет остается примерно равным. Интересно заметить, что по данным Иркутскстата (и Росстата) среди 15-, 16-, 17-летних подростков преобладают юноши. К примеру, в 2024 году в Иркутской области 15937 шестнадцатилетних юношей и

15028 шестнадцатилетних девушек. Однако, согласно таблице 2-2 в 2022 г. и 2023 г. среди участников ОГЭ юношей больше всего на 200 человек, а в 2024 году – меньше.

Динамика количества участников по типам ОО

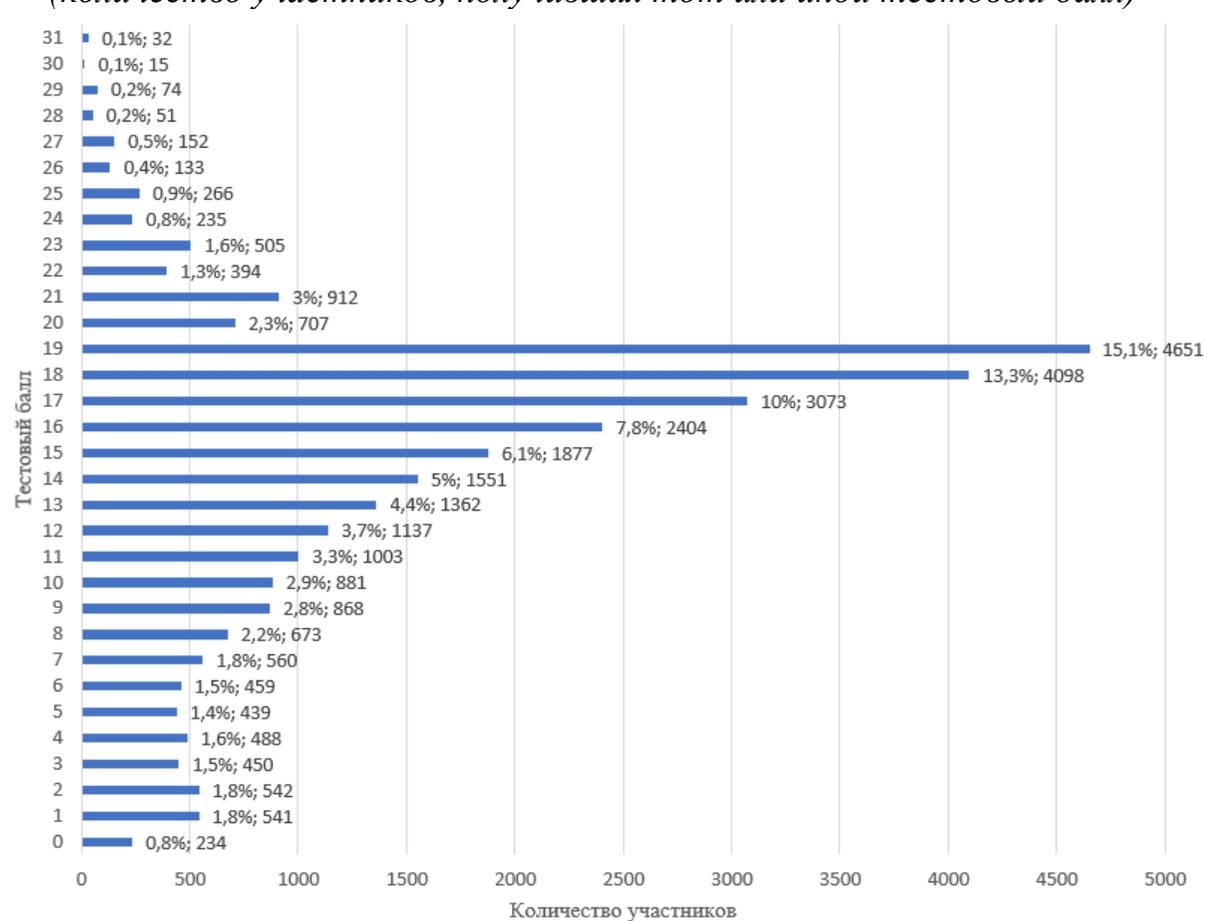
Основную массу участников ОГЭ составляют обучающиеся СОШ (не менее 80%). Динамика количества обучающихся СОШ согласуется с динамикой количества всех участников: количество участников растет на 2 тысячи в 2023 году и на 2 тысячи в 2024 году, что связано с увеличением соответствующей возрастной группы в Иркутской области.

По остальным категориям участников изменения незначительные. Около 13% участников ежегодно составляют обучающиеся гимназий, лицеев и СОШ с углубленным изучением отдельных предметов. 2% – выпускники ООШ (основных общеобразовательных школ). Меньше 1 % – обучающиеся кадетских корпусов, обучающихся вечерних школ, школ-интернатов, коррекционных школ.

РАЗДЕЛ 2. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОГЭ ПО ПРЕДМЕТУ

2.1. Диаграмма распределения тестовых баллов участников ОГЭ по предмету в 2024 г.

(количество участников, получивших тот или иной тестовый балл)

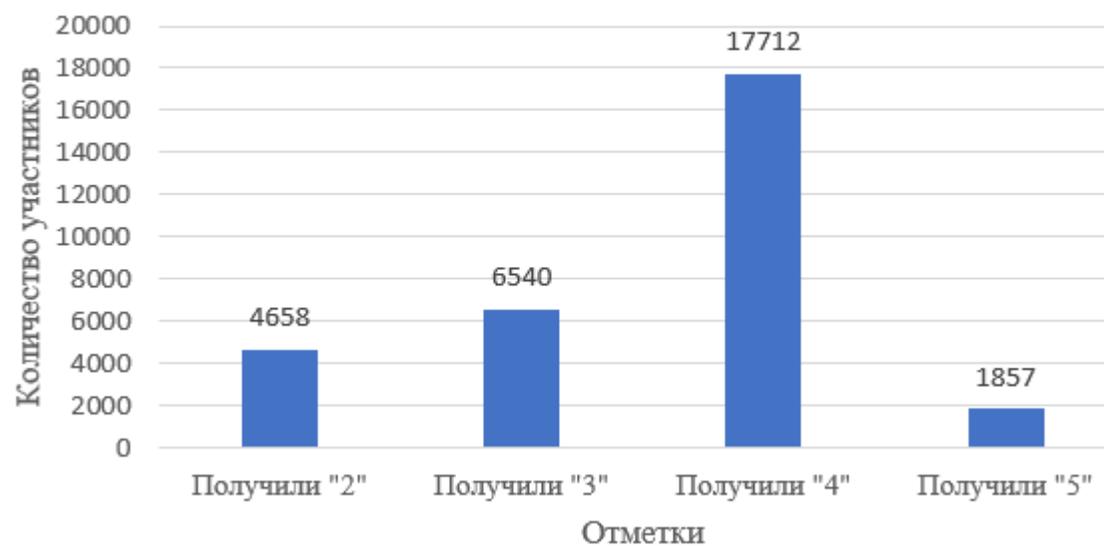


2.2. Динамика результатов ОГЭ по предмету

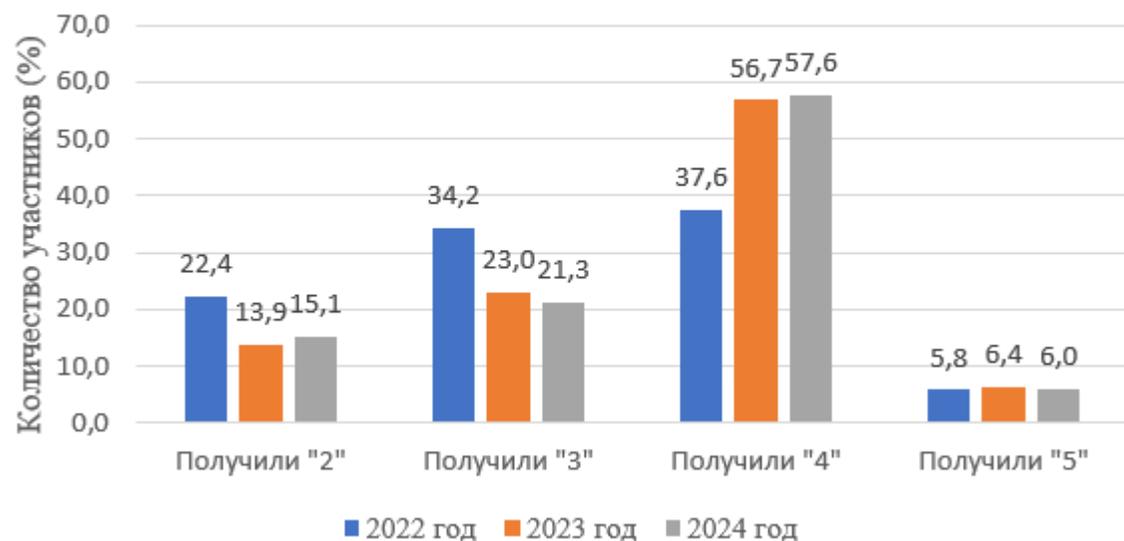
Таблица 2-4

Получили отметку	2022 г.		2023 г.		2024 г.	
	чел.	%	чел.	%	чел.	%
«2»	5807	22,4	3963	13,9	4658	15,1
«3»	8886	34,2	6549	23,0	6540	21,3
«4»	9777	37,6	16184	56,7	17712	57,6
«5»	1509	5,8	1829	6,4	1857	6,0

Диаграмма результатов ОГЭ по математике
в 2024 г.



Динамика результатов ОГЭ по математике за три года



2.3. Результаты ОГЭ по АТЕ региона

Таблица 2-5

№ п/п	АТЕ	Всего участников	«2»		«3»		«4»		«5»	
			чел.	%	чел.	%	чел.	%	чел.	%
1.	Иркутск	8274	972	11,7	1469	17,8	4986	60,3	847	10,2
2.	Ангарский городской округ	2653	363	13,7	625	23,6	1465	55,2	200	7,5
3.	МО города Братска	2620	392	15,0	471	18,0	1579	60,3	178	6,8
4.	Иркутское районное муниципальное образование	1957	226	11,5	452	23,1	1218	62,2	61	3,1
5.	МО "г. Усолье-Сибирское"	1058	202	19,1	198	18,7	601	56,8	57	5,4

№ п/п	АТЕ	Всего участнико в	«2»		«3»		«4»		«5»	
			чел.	%	чел.	%	чел.	%	чел.	%
6.	МО Тайшетский район	950	210	22,1	270	28,4	437	46,0	33	3,5
7.	МО Шелеховский муниципальный район	853	134	15,7	194	22,7	466	54,6	59	6,9
8.	МО "Нижнеудинский район"	819	136	16,6	158	19,3	501	61,2	24	2,9
9.	МО город Усть-Илимск	815	79	9,7	151	18,5	546	67,0	39	4,8
10.	Усть-Кутское МО	672	116	17,3	150	22,3	382	56,8	24	3,6
11.	МО город Черемхово	642	69	10,7	157	24,5	378	58,9	38	5,9
12.	МО "Братский район"	596	127	21,3	181	30,4	275	46,1	13	2,2
13.	МО Нижнеилимский район	588	85	14,5	115	19,6	368	62,6	20	3,4
14.	МО город Тулун	577	116	20,1	100	17,3	336	58,2	25	4,3
15.	МО "Эхирит-Булагатский район"	570	69	12,1	120	21,1	348	61,1	33	5,8
16.	Усольский муниципальный район Иркутской области	537	114	21,2	130	24,2	279	52,0	14	2,6
17.	Слюдянский муниципальный район ИО	510	58	11,4	113	22,2	326	63,9	13	2,5
18.	МО город Саянск	468	71	15,2	69	14,7	301	64,3	27	5,8
19.	Чунское районное МО	420	163	38,8	122	29,0	131	31,2	4	1,0
20.	Зиминское городское МО	405	74	18,3	101	24,9	215	53,1	15	3,7
21.	МО Куйтунский район	385	86	22,3	123	31,9	171	44,4	5	1,3
22.	Черемховское районное МО	379	97	25,6	118	31,1	157	41,4	7	1,8
23.	МО Заларинский район	376	87	23,1	74	19,7	204	54,3	11	2,9
24.	Осинский муниципальный район	343	55	16,0	76	22,2	193	56,3	19	5,5

№ п/п	АТЕ	Всего участнико в	«2»		«3»		«4»		«5»	
			чел.	%	чел.	%	чел.	%	чел.	%
25.	МО Боханский район	316	51	16,1	53	16,8	203	64,2	9	2,8
26.	МО Киренский район	269	41	15,2	68	25,3	155	57,6	5	1,9
27.	МО Аларский район	267	33	12,4	41	15,4	187	70,0	6	2,2
28.	МО Нукутский район	261	44	16,9	60	23,0	149	57,1	8	3,1
29.	МО Иркутской области Казачинско-Ленский район	251	48	19,1	79	31,5	114	45,4	10	4,0
30.	МО Тулунский район	251	59	23,5	84	33,5	102	40,6	6	2,4
31.	МО Качугский район	207	28	13,5	40	19,3	134	64,7	5	2,4
32.	Районное МО Усть-Удинский район	202	52	25,7	36	17,8	111	55,0	3	1,5
33.	МО город Свирск	193	22	11,4	39	20,2	128	66,3	4	2,1
34.	МО г.Бодайбо и района	183	23	12,6	75	41,0	81	44,3	4	2,2
35.	МО Усть-Илимский район	164	32	19,5	56	34,1	73	44,5	3	1,8
36.	Зиминское районное МО	146	25	17,1	39	26,7	80	54,8	2	1,4
37.	Ольхонское районное МО	146	29	19,9	32	21,9	81	55,5	4	2,7
38.	Баяндаевский муниципальный район	137	12	8,8	30	21,9	79	57,7	16	11,7
39.	МО Балаганский район	122	28	23,0	20	16,4	70	57,4	4	3,3
40.	МО Жигаловский район	116	24	20,7	30	25,9	62	53,4	0	0,0
41.	МО Мамско-Чуйского района	36	4	11,1	10	27,8	21	58,3	1	2,8
42.	МО Катангский район	33	2	6,1	11	33,3	19	57,6	1	3,0

2.4. Результаты по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки с учетом типа ОО

Таблица 2-6

№ п/п	Участники ОГЭ	Доля участников, получивших отметку					
		«2»	«3»	«4»	«5»	«4» и «5» (качество обучения)	«3», «4» и «5» (уровень обученности)
1.	Обучающиеся СОШ	16,5	22,7	57,3	3,5	60,8	83,5
2.	Обучающиеся лицеев	2,9	8,7	57,2	31,3	88,4	97,1
3.	Обучающиеся гимназий	3,6	9,9	67,4	19,1	86,5	96,4
4.	Обучающиеся СОШ с углубленным изучением отдельных предметов	6,3	11,8	64,2	17,8	81,9	93,7
5.	Обучающиеся СОШ-интернат	14,6	10,7	70,9	3,9	74,8	85,4
6.	Обучающиеся кадетских корпусов	13,7	11,0	71,2	4,1	75,3	86,3
7.	Обучающиеся ООШ	21,8	29,9	46,9	1,5	48,4	78,2
8.	Обучающиеся коррекционных школ	0,0	14,3	71,4	14,3	85,7	100,0
9.	Обучающиеся В(О)СОШ	45,2	36,0	18,8	0,0	18,8	54,8

2.5. Выделение перечня ОО, продемонстрировавших наиболее высокие результаты ОГЭ по предмету

В перечень ОО, продемонстрировавших наиболее высокие результаты ОГЭ по предмету, могут входить от 5 до 15% от общего числа ОО в Иркутской области. Всего в ОГЭ 2024 года по математике приняли участие 758 ОО Иркутской области. Всего 427 ОО представлены не менее, чем 18 участниками на экзамене (минимальный

полноценный класс). Значит, в данный перечень должны входить от 22 до 64 организаций. Таким образом, в таблице 2-7 представлен список образовательных организаций, у которых:

- 1) доля участников ОГЭ, получивших отметки «4» и «5», имеет максимальные значения (не ниже 70%);
- 2) доля участников ОГЭ, получивших неудовлетворительную отметку, имеет нулевое значение;
- 3) количество участников ОГЭ-2024 не менее 18 человек.

В таблице 2-7 образовательные организации указаны с соответствующим муниципальным образованием и перечислены в порядке убывания доли участников, получивших отметки «4» и «5».

Таблица 2-7

	Название ОО	Доля участников, получивших отметку «2»	Доля участников, получивших отметки «4» и «5» (качество обучения)	Доля участников, получивших отметки «3», «4» и «5» (уровень обученности)
1.	МБОУ г. Иркутска лицей № 2 (Иркутск)	0,0	98,8	100,0
2.	МБОУ "Лицей № 1" (МО города Братска)	0,0	98,6	100,0
3.	МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска (Иркутск)	0,0	97,9	100,0
4.	РЖД лицей №14 (Иркутск)	0,0	96,6	100,0
5.	МБОУ "Лицей № 1" (МО город Усолье-Сибирское)	0,0	96,2	100,0
6.	МБОУ "Лицей № 2" (МО города Братска)	0,0	96,1	100,0
7.	МБОУ г. Иркутска лицей № 3 (Иркутск)	0,0	95,1	100,0
8.	МАОУ "СОШ № 27" (Ангарский городской округ)	0,0	94,9	100,0
9.	Учреждение "Средняя школа Леонова" (Иркутск)	0,0	89,7	100,0
10	МБОУ г. Иркутска гимназия №	0,0	89,6	100,0

	Название ОО	Доля участников, получивших отметку «2»	Доля участников, получивших отметки «4» и «5» (качество обучения)	Доля участников, получивших отметки «3», «4» и «5» (уровень обученности)
	1 (Иркутск)			
11.	МАОУ "СОШ № 11" (МО город Усть-Илимск)	0,0	88,4	100,0
12.	МОУ Лицей УКМО (Усть-Кутское МО)	0,0	87,5	100,0
13.	ФГКОУ "СОШ №178" (МО Аларский район)	0,0	86,4	100,0
14.	МБОУ г. Иркутска СОШ № 1 (Иркутск)	0,0	85,2	100,0
15.	Иркутский кадетский корпус (Иркутск)	0,0	85,0	100,0
16.	МАОУ "Городская гимназия № 1" (МО город Усть-Илимск)	0,0	84,6	100,0
17.	МБОУ "Бильчирская СОШ" (Осинский муниципальный район)	0,0	83,3	100,0
18.	МОУ Корсукская СОШ (МО "Эхирит-Булагатский район")	0,0	78,9	100,0
19.	МБОУ "СОШ № 20" (Усольский муниципальный район Иркутской области)	0,0	77,8	100,0
20.	МКОУ Новобирюсинская СОШ (Муниципальное образование "Тайшетский район")	0,0	75,8	100,0
21.	МБОУ "СОШ № 34" (МО города Братска)	0,0	72,5	100,0
22.	МОУ ИРМО "Бутырская СОШ" (Иркутское районное	0,0	72,4	100,0

	Название ОО	Доля участников, получивших отметку «2»	Доля участников, получивших отметки «4» и «5» (качество обучения)	Доля участников, получивших отметки «3», «4» и «5» (уровень обученности)
	муниципальное образование)			
23.	МБОУ СОШ с. Ербогачен (МО Катангский район)	0,0	72,2	100,0
24.	МБОУ СОШ с. Ербогачен (МО Катангский район)	0,0	72,2	100,0

2.6. Выделение перечня ОО, продемонстрировавших самые низкие результаты ОГЭ по предмету

Перечень ОО, продемонстрировавших низкие результаты ОГЭ по предмету, составлен на основании следующих критериев:

- 1) доля участников ОГЭ, получивших отметку «2», имеет максимальные значения (выше 12%);
- 2) доля участников ОГЭ, получивших отметки «4» и «5», имеет минимальные значения (менее 55%);
- 3) количество участников ОГЭ-2024 не менее 18 человек;
- 4) количество участников ОГЭ-2024, получивших отметку «2», не менее 3 (это имеет значение для школ с малым количеством участников).

Всего в перечень вошли 21 образовательная организация, что составляет примерно 5,2% от всех, участвовавших в ОГЭ ОО Иркутской области с количеством участников экзамена 18 и более (427 ОО Иркутской области). В таблице 2-8 образовательные организации указаны с соответствующим муниципальным образованием и перечислены в порядке убывания доли участников, получивших отметку «2».

Таблица 2-8

№ п/п	Название ОО	Доля участников, получивших отметку «2»	Доля участников, получивших отметки «4» и «5» (качество обучения)	Доля участников, получивших отметки «3», «4» и «5» (уровень обученности)
1.	МКОУ Шиткинская СОШ (Муниципальное образование "Тайшетский район")	73,3	10,0	26,7
2.	МБОУ "О(С)ОШ № 2" (МО города Братска)	70,0	13,3	30,0
3.	МОБУ СОШ № 1 р.п. Чунский (Чунское районное МО)	69,2	15,4	30,8
4.	МОБУ СОШ № 3 р.п. Октябрьский (Чунское районное МО)	62,9	11,4	37,1
5.	МБОУ "О (С) ОШ " (Ангарский городской округ)	61,1	13,9	38,9
6.	МБОУ "О(С)ОШ № 1" (МО города Братска)	59,3	25,9	40,7
7.	МБОУ г. Иркутска ЦО № 10 (Иркутск)	58,8	27,5	41,2
8.	МБОУ Ханжиновская СОШ (МО Заларинский район)	57,9	26,3	42,1
9.	МБОУ "СОШ № 6" (МО город Усолье-Сибирское)	56,3	29,2	43,8
10	МКОУ "Тангуйская СОШ" (МО Братский район)	56,0	8,0	44,0
11.	МОБУ СОШ № 5 п. Новочунка (Чунское районное МО)	55,0	15,0	45,0
12.	МБОУ "ВСОШ № 9" (МО города Братска)	51,4	27,0	48,6
13.	МБОУ "ООШ № 21" (Ангарский городской округ)	50,0	27,8	50,0

№ п/п	Название ОО	Доля участников, получивших отметку «2»	Доля участников, получивших отметки «4» и «5» (качество обучения)	Доля участников, получивших отметки «3», «4» и «5» (уровень обученности)
14.	МКОУ ЦО "Альянс" п. Харик (МО Куйтунский район)	50,0	35,3	50,0
15.	МОУ ИРМО "Ширяевская СОШ" (Иркутское районное муниципальное образование)	47,5	35,0	52,5
16.	МОУ "Будаговская СОШ" (МО Тулунский район)	45,0	15,0	55,0
17.	МБОУ "СОШ № 29" (МО города Братска)	41,4	44,8	58,6
18.	МБОУ г. Иркутска СОШ № 36 (Иркутск)	40,9	40,9	59,1
19.	МОУ ИРМО "Гороховская СОШ" (Иркутское районное муниципальное образование)	40,6	46,9	59,4
20.	МБОУ "СОШ № 30 имени М.К. Янгеля" (МО города Братска)	40,4	42,6	59,6
21.	МОУ "СОШ № 7" (МО город Саянск)	40,3	40,3	59,7
22.	МБОУ "СОШ № 19" (МО город Тулун)	40,0	42,0	60,0

2.7. ВЫВОДЫ о характере результатов ОГЭ по предмету в 2024 году и в динамике

Анализ динамики результатов ОГЭ по математике базового уровня за три года

Распределение обучающихся по категориям согласно полученным на ОГЭ отметкам в 2024 году близко к распределению 2023 года. Доля обучающихся, получивших отметку «2» – 13,9% (2023 год), 15,1% (2024 год). Доля обучающихся, получивших отметки «4» и «5» – 63,1% (2023 год), 63,6% (2024 год). Таким образом, уровень

обученности немного, но понизился (примерно на 700 человек больше получили «2»), качество обучения незначительно понизилось.

Тем не менее, показатели 2024 года лучше, чем 2022 года. Для выпускников 9 классов 2022 года период карантина, связанного с пандемией, весной и осенью 2020 года соответствует второму полугодю 7 класса и первому полугодю 8 класса. В этих классах закладываются основы алгебры и геометрии. Вероятно, низкие показатели 2022 года частично связаны с этим периодом вынужденного дистанционного обучения.

Максимальный балл (30 и 31) набрали традиционно немногие – 15 и 32 человека соответственно (всего 47). В 2023 году таких участников было 8 и 32 человека (всего 40). Интересно рассмотреть количество участников, набравших 27 баллов, которые предполагают решение не менее 2 задач по алгебре и 2 задач по геометрии во второй части. Это всего 324 человека (примерно 1% от всех участников) в 2024 году и 480 человек в 2023 году.

Наибольшее количество результатов выпускников распределилось в диапазоне от 11 до 19 баллов – 21156 человек (70% участников).

Медианная оценка по математике по региону – «4».

Медианный первичный балл по математике по региону – 16 баллов («4» начинается с 15 баллов).

Анализ результатов по предмету в сравнении по АТЕ

Уровень обученности по Иркутской области составил 84,9%, качество обучения – 63,6%. В 12 АТЕ (из 42) уровень обученности и качество обучения в 2024 году выше среднего по региону.

№	АТЕ	Количество участников	Уровень обученности	Качество обучения
1	Баяндаевский муниципальный район	137	91,2	69,3
2	Иркутск	8274	88,3	70,5
3	Иркутское районное муниципальное образование	1957	88,5	65,4
4	МО "Эхирит-Булагатский район"	570	87,9	66,8
5	МО Аларский район	267	87,6	72,3
6	МО город Свирск	193	88,6	68,4

7	МО город Усть-Илимск	815	90,3	71,8
8	МО город Черемхово	642	89,3	64,8
9	МО города Братска	2620	85,0	67,1
10	МО Качугский район	207	86,5	67,1
11	МО Нижнеилимский район	588	85,5	66,0
12	Слюдянский муниципальный район ИО	510	88,6	66,5

Крупные АТЕ (более 5% от общего количества участников)

В наиболее крупных АТЕ (Иркутск, Ангарский городской округ, МО г. Братска, Иркутское районное МО), уровень обученности немного выше среднего по региону, сопоставим с уровнем обученности в 2023 году и выше уровня обученности в 2022 году (о спаде 2022 года мы писали выше). Например, Иркутск: успеваемость 81,9% (2022 год), 89,8% (2023 год), 88,3 % (2024 год).

АТЕ (0,5-5% участников)

В АТЕ с количеством представителей 100-1100 человек имеются серьезные колебания успеваемости. Выделим несколько особо ярких примеров.

Понижение уровня обученности (уровень обученности был и остался ниже средней по региону)

- Районное МО Усть-Удинский район: понижение уровня обученности на 13,7% в 2024 году, 52 участников из 202 с отметкой «2»;
- Чунское районное МО: понижение уровня обученности на 7,9% в 2024 году, 163 участников из 420 с отметкой «2»;
- МО город Тулун: понижение уровня обученности на 7,6% в 2024 году, 116 участников из 577 с отметкой «2»;
- МО Заларинский район: понижение уровня обученности на 6,3% в 2024 году, 87 участников из 376 с отметкой «2».

Повышение уровня обученности (уровень обученности стал выше средней по региону)

- Слюдянский муниципальный район ИО: повышение уровня обученности на 7% в 2024 году, 58 участников из 510 с отметкой «2»;
- МО Нижнеилимский район: повышение уровня обученности на 4,5% в 2024 году, 85 участников из 588 с отметкой «2».

АТЕ (меньше 0,5%)

Малое количество участников (меньше 100) сильно влияет на статистические показатели, сложно сделать достоверные выводы.

Наиболее высокое качество обучения (процент «4» и «5» выше 70%) продемонстрировали АТЕ:

- МО Аларский район (72,3%, 267 участников);
- МО город Усть-Илимск (71,8%, 815 участников);
- Иркутск (70,5%, 8274 участников);
- МО город Саянск (70,1%, 468 участников).

Анализ динамики результатов в разрезе типа образовательной организации

- СОШ

Это самая обширная категория участников (83,1%), динамика соответствует изменению параметров всей группы участников. На 0,6% увеличивается доля участников, получивших «2», качество обучения растет в 2023 году по сравнению с 2022 годом на 21% и незначительно уменьшается на 0,3% 2024 году. Доля участников, получивших «5» в период 2022-2024 гг. примерно равна 3%.

- Лицеи, гимназии, СОШ с углубленным изучением отдельных предметов

Лучшие показатели по качеству и уровню обученности. Процент выпускников, получивших отметку «2», примерно равен 3-4% в лицеях и гимназиях, примерно 6% в СОШ с углубленным изучением отдельных предметов в 2023 и 2024 годах. Качество обучения существенно выросло в 2024 году по сравнению с 2023 годом: лицеи (с 81,6% до 88,4%), гимназии (с 72,1% до 86,5%), СОШ с углубленным изучением отдельных предметов (с 62,8% до 81,9%).

- Вечерние СОШ и ООШ

Наиболее высокие показатели для доли участников, получивших отметку «2»: ООШ (21,8%, 180 человек из 631), В(О)СОШ (45,2%, 84 человека из 190). 12 человек получили отметку «5» в ООШ, 0 человек получили отметку «5» в В(О)СОШ (эти показатели стабильны весь рассматриваемый период).

Образовательные организации с наиболее высокими и низкими результатами экзамена

При составлении перечня ОО, продемонстрировавших наиболее высокие и наиболее низкие результаты ОГЭ по математике в 2024 году, были рассмотрены показатели 427 образовательных организаций региона с не менее, чем 18 участниками экзамена.

27 ОО продемонстрировали 100% уровень обученности (в 2023 году таких организаций было 25), 17 ОО имеют качество обучения не менее 90% (в 2023 году таких организаций было 14).

Выделим образовательные организации, показывающие стабильно высокое качество обучения по математике в 2022, 2023, 2024 годах (выше 85%):

МАОУ «СОШ № 27» (Ангарский городской округ);

МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска;

МБОУ «Лицей № 1» (МО города Братска);

МБОУ «Лицей № 1» (МО города Усолье-Сибирское);

МБОУ «Лицей № 2» (МО города Братска);

МБОУ «СОШ №10» (Ангарский городской округ);

МБОУ г. Иркутска гимназия № 1;

МБОУ г. Иркутска лицей № 2;

МБОУ г. Иркутска лицей № 3.

В перечень ОО с высокими показателями вошли 24 образовательные организации Иркутской области (не менее 70% обучающихся получили «4» и «5» и ни один участник не получил отметку «2»).

В перечень ОО с низкими результатами вошли 22 образовательные организации Иркутской области (процент участников, получивших «2», выше 12%, качество обучения ниже 55%).

Раздел 3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ КИМ

3.1. Краткая характеристика КИМ по учебному предмету

Существенные содержательные и структурные изменения в КИМ-2024 в отличие от КИМ-2023 отсутствуют. В отличие от вариантов 2023 года, в 2024 году задания разных вариантов отличались не только численными значениями. В 2024 году было 3 группы разных вариантов КИМ (в каждой группе варианты отличались только числовыми значениями, а варианты разных групп могли отличаться и содержанием), в первой группе было 3 варианта, во второй (к которой относится и открытый вариант) – 2 варианта и в третьей – 1 вариант. Это, возможно, повысило объективность экзамена (списать было сложнее), но, с другой стороны, сильно усложнило проведение проверки. Приходилось согласовывать оценки разных вариантов, что усложняло жизнь консультантов и могло привести к неоднозначному оцениванию одних и тех же ошибок. Кроме того, и в отчёте приходится интерполировать результаты одного варианта на весь экзамен, а процент выполнения разных заданий разных вариантов всё же отличается.

Задания базового уровня. По выполнению блока заданий № 1-5 (содержание практически не поменялось) мы видим почти такой же процент выполнения, как и в 2023 году. Причина заключается в том, что этот тип заданий стал более привычным для учителей и школьников. Остальные задания так же сохранили уровень сложности и тематику. В целом примерно сохранился и процент их выполнения.

Можно выделить некоторые особенности, нашедшие отражение не в общем проценте выполнения, а в выполнении заданий по группам школьников с различным уровнем подготовки. Геометрическое задание № 15 имеет процент выполнения 11,3% группой школьников, получивших «2» в 2023 году, 17,8% – в 2024 году, в то время как общий процент почти не изменился. В 2024 году школьникам необходимо было только распознать понятие медианы (начало курса геометрии в 7 классе), а в 2023 году применить тригонометрические функции для подсчета элементов прямоугольного треугольника. Это требует большей технической подготовки.

Задание № 9 (тема «Уравнения и неравенства») в 2023 году касалось решения линейного уравнения, в 2024 году – квадратного уравнения. Ниже сравнительная таблица процентов выполнения этого задания по группам.

Период	Отметка «2»	Отметка «3»	Отметка «4»	Отметка «5»	Средний процент
2023 год	15,8	52,3	90,6	98,4	77,3
2024 год	30,7	65,6	94,5	98,9	79,0

Мы видим, что процент выполнения этого задания в среднем и по группам школьников с хорошим уровнем подготовки практически не изменился. Процент для школьников, получивших «3», увеличился с 52,3% до 65,6%, а для школьников, получивших «2», значительно вырос – с 15,8% до 30,7%. Хотя в задании 2024 года представлено уравнение более высокой степени, решение его прописывается строгим алгоритмом. В то время как решение задания с линейным уравнением требует его эквивалентных преобразований. Понимание логического и математического смысла эквивалентных преобразований уравнений и неравенств остается сложной темой для школьников и в 9, и в 11 классах.

Задания повышенного и высокого уровня сложности. Уровень сложности сопоставим с соответствующими заданиями 2023 года, проценты выполнения заданий изменились незначительно. Задание № 21 (текстовая задача) мало отличается от аналогичной задачи в 2023 году, от обучающихся требуется представить решение, основанное на построении алгебраической математической модели. Процент выполнения задания незначительно повысился (с 7,6% до 8%). В содержании задания № 22 исследование гиперболы с выколотой точкой заменяется на исследование кусочно-заданной функции, представляющей собой кусочки параболы на отдельных отрезках. Это задание выполняют около 3% школьников и в 2023, и в 2024 году. Значительно снизился процент выполнения задачи № 23 (6,1% в 2023 году и 3,8% в 2024 году) и задачи № 24 (3,9% в 2023 году и 2,6% в 2024). Незначительно повысился процент решивших задачу № 25 (0,2% в 2023, 0,4% в 2024). Хочется подчеркнуть, что излишнюю алгоритмизацию подготовки к экзамену считаем не полезной для математического образования и формирования метапредметных универсальных учебных действий. Многие школьники используют «знакомый» им геометрический факт не осмысленно, не могут грамотно сослаться на него, не привыкли логически обосновывать свои рассуждения.

3.2. Анализ выполнения заданий КИМ ОГЭ в 2024 году

3.2.1. Статистический анализ выполнения заданий КИМ в 2024 году

Основные статистические характеристики выполнения заданий КИМ в 2024 году

Таблица 2-9

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
1	Статистика и теория вероятностей. Описательная статистика. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков / Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	88,3	49,5	87,5	97,6	99,4
2	Числа и вычисления. Измерения, приближения, оценки / Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	79,3	37,3	67,2	93,1	96,1
3	Числа и вычисления. Степень с целым показателем. Квадратный корень из числа / Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели. Описывать реальные ситуации на языке геометрии; исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин	Б	75,3	28,0	58,5	91,8	95,6
4	Числа и вычисления. Арифметические действия с натуральными числами. Единицы измерения длины, времени, скорости / Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и	Б	61,3	18,9	35,9	79,1	87,7

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели. Решать несложные практические расчётные задачи						
5	Числа и вычисления. Арифметические действия с натуральными числами / Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели. Решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов	Б	81,7	45,6	72,3	93,0	97,0
6	Числа и вычисления. Арифметические действия с обыкновенными дробями / Уметь выполнять вычисления и преобразования. Выполнять арифметические действия с рациональными числами	Б	69,2	13,9	54,1	86,4	96,8
7	Координаты на прямой и плоскости / Уметь выполнять вычисления и преобразования. Изображать числа точками на координатной прямой	Б	85,4	38,1	82,6	97,5	99,1
8	Числа и вычисления. Действительные числа / Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь выполнять преобразования алгебраических выражений. Находить в несложных случаях значения степеней с целыми показателями и корней	Б	76,8	20,0	64,0	94,2	99,0
9	Уравнения и неравенства. Линейные уравнения / Уметь решать уравнения, неравенства и их системы. Решать линейные, квадратные уравнения	Б	79,0	30,7	65,6	94,5	98,9
10	Статистика и теория вероятностей. Частота события, вероятность / Уметь работать со статистической информацией, находить частоту и вероятность случайного события, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели. Находить вероятности	Б	75,9	16,8	63,1	93,8	98,7

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	случайных событий в простейших случаях						
11	Функции и графики. Линейная функция, ее график. Геометрический смысл коэффициентов / Уметь строить и читать графики функций. Строить графики изученных функций, описывать их свойства	Б	75,0	24,8	57,4	92,3	98,0
12	Алгебраические выражения / Осуществлять практические расчёты по формулам; составлять несложные формулы, выражающие зависимости между величинами	Б	69,3	11,3	45,5	90,5	96,1
13	Уравнения и неравенства. Квадратные неравенства / Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	Б	68,5	29,6	40,6	86,4	93,7
14	Числовые последовательности. Геометрическая прогрессии. Формула общего члена геометрической прогрессии / Уметь строить и читать графики функций, уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	76,9	36,5	61,0	91,4	96,0
15	Геометрия. Измерение геометрических величин. Синус, косинус, тангенс острого угла прямоугольного треугольника / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	81,1	17,8	79,2	96,5	99,2
16	Геометрия. Треугольники. Центральный угол, вписанный угол, величина вписанного угла / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	63,4	4,9	35,8	85,6	95,3
17	Геометрия. Трапеция, равнобедренная трапеция / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	68,0	7,0	53,7	86,6	93,5
18	Геометрия. Измерение геометрических величин. Площадь параллелограмма / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и	Б	80,2	21,5	77,4	94,8	98,8

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	векторами						
19	Геометрия. Геометрические фигуры и их свойства / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	Б	81,9	39,3	76,9	93,3	98,3
20	Уравнения и неравенства. Примеры решения уравнений высших степеней. Решение уравнений методом замены переменной. Решение уравнений методом разложения на множители / Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	П	10,7	0,1	0,4	9,5	83,9
21	Уравнения и неравенства. Текстовые задачи / Моделировать реальные ситуации на языке алгебры; составлять выражения, уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры	П	8,0	0,1	0,2	5,1	82,9
22	Функции и графики. Функция, описывающая обратно пропорциональную зависимость, её график. Гипербола / Уметь строить и читать графики функций	В	2,9	0,0	0,0	0,6	41,5
23	Геометрия. Геометрические фигуры и их свойства. Многоугольники. Трапеция / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	П	3,8	0	0,1	1,3	50,1
24	Геометрия. Геометрические фигуры и их свойства. Многоугольники. Параллелограмм / Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	П	2,6	0	0,1	1,0	33,1
25	Геометрические фигуры и их свойства. Треугольник / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	В	0,4	0	0	0,0	5,7

Задания базового, повышенного и высокого уровня с наименьшими процентами выполнения

Процент выполнения всех заданий базового уровня выше 50%, как и в 2023 году. Он даже выше 61%. Хотя в 2023 году все задания базового уровня были решены не менее, чем на 73%. Наименьший процент выполнения у заданий № 4 (61,3%, в 2023 – 73%), № 6 (69,2%, в 2023 – 83,6%), № 12 (69,3%, в 2023 – 58,9%), № 13 (68,5%, в 2023 – 74,6%), № 16 (63,4%, в 2023 – 75,3%), № 17 (68,0%, в 2023 – 84,3%). Процент выполнения всех этих заданий, за исключением № 12, снизился, при том, что качественно содержание заданий не изменилось.

По всем заданиям второй части средний процент выполнения ниже 15. При этом процент выполнения заданий второй части обучающимися, получившими «2» и «3», равен практически 0 по всем заданиям. Эта картина не меняется на протяжении нескольких последних лет с 2018 по 2024 год.

Содержательные линии с наименьшими процентами выполнения заданий

Наименьший процент выполнения традиционно имеют задания следующих содержательных линий.

1) Алгебраические выражения

Задание № 4 имеет самый низкий процент выполнения в первой части – 61,3%. В 2023 году по этому заданию результат был выше – 73%. В группе, получивших за экзамен «2», это задание выполнили 18,9%, в группе, получивших «3» – чуть больше трети. Считаем, что главная сложность задания для обучающихся заключается в выполнении алгебраических действий с дробями, так как в остальном задание не отличалось от прошлогоднего.

2) Функции и графики

Задание базового уровня № 11 имеет 75% выполнения, но задание высокого уровня сложности № 22 всего 2,9% выполнения. В группе, получивших оценку «5» за экзамен, с этим заданием справилось менее половины школьников – 41,5%. Группы, получившие оценки «2», «3» и даже «4», имеют процент выполнения задания № 22, меньший 1%. Это свидетельствует о невысоком уровне владения формально-алгебраическим аппаратом.

3) Геометрия

С заданиями базового уровня достаточно успешно справились даже школьники, получившие оценку «3» за экзамен, так как процент выполнения ими заданий выше 50 (за исключением задачи № 16). Однако, проценты выполнения заданий повышенного уровня сложности по геометрии – 3,8% и 2,6% (в 2023 году 6,1% и 3,9% соответственно). По-прежнему самым сложным для школьников остается задание № 25 по геометрии (0,4% выполнения – 2024 год, 0,2% выполнения – 2023 год).

Анализ по группам выполнения («2», «3», «4», «5»)

- Обучающиеся, получившие «2»

Проценты выполнения почти всех заданий (за исключением № 1 и № 5) ниже 40. Особенную трудность представляют задания базового уровня, требующие алгебраической или геометрической техники: № 12 (применение алгебраической формулы для практических расчетов, 11,3%), № 16 (геометрия окружности, 4,9%), № 17 (площадь параллелограмма, 7%).

Задания повышенного и высокого уровня сложности не выполнены.

- Обучающиеся, получившие «3»

С большинством заданий базового уровня справилось более половины школьников этой группы. Трудными оказались задания на построение и исследование математической модели: № 4 (применение геометрических утверждений для решения прикладной задачи, 35,9%), № 12 (применение алгебраической формулы для практических расчетов, 45,5%), № 13 (система линейных неравенств, 40,6%), № 16 (геометрия окружности, 35,8%). Все эти задания несмотря на несложное математическое содержание носят неалгоритмический характер, чем вызвана их трудность для школьников. Для многих обучающихся слабого уровня подготовки решение линейных неравенств, требующее эквивалентных преобразований, оказывается сложнее, чем решение приведенного к канонической форме квадратного уравнения.

Задания повышенного и высокого уровня сложности не выполнены.

- Обучающиеся, получившие «4»

С заданиями базового уровня сложности эта группа школьников справилась успешно, но проценты выполнения заданий повышенного и высокого уровня ниже 5% (кроме задания № 20 – 9,5%).

- Обучающиеся, получившие «5»

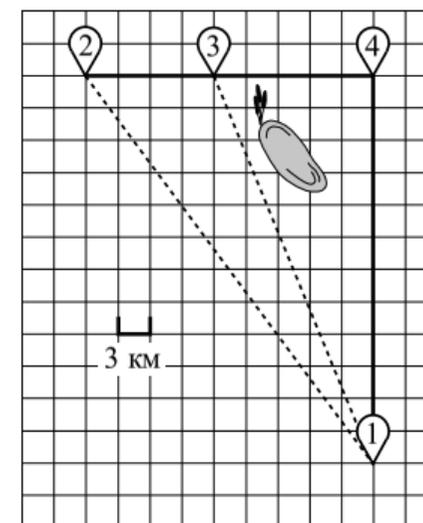
Задания базового уровня сложности выполнены. Сложным оказалось геометрическое задание № 24 повышенного уровня сложности на построение доказательства – 33,1% и задания высокого уровня сложности: №23 (функции и графики, 41,5%) и № 25 (геометрия четырехугольника, 5,7%).

3.2.2. Содержательный анализ выполнения заданий КИМ ОГЭ

Рассмотрим задания первой части ОГЭ нашего региона (из открытого варианта) и проанализируем, какие типичные ошибки сделали выпускники.

Пример заданий 1-5

Дима летом отдыхает у бабушки в деревне Васильевка. Во вторник они собираются съездить на велосипедах в село Плодородное на ярмарку. Из деревни Васильевка в село Плодородное можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через деревню Шарковка до деревни Рассвет, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в село Плодородное. Есть и третий маршрут: в деревне Шарковка можно свернуть на прямую тропинку в село Плодородное, которая идёт мимо пруда. Лесная дорожка и тропинка образуют с шоссе прямоугольные треугольники. По шоссе Дима с бабушкой едут со скоростью 25 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке – со скоростью 18 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов, длина стороны каждой клетки равна 3 км.



Пример задания 1.

Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Насел. пункты	д. Рассвет	с. Плодородное	д. Шарковка
Цифры			

Ответ: 413

Процент выполнения – 88,7 (в целом по всем вариантам 88,3%). Ошибки в выполнении свидетельствуют о трудностях в оперировании знаково-символическими средствами. Для выполнения задания не требуется математических операций, тем не менее с ним не справились две трети школьников, получивших оценку «2». Кроме того, были ответы (около 1%), не соответствующие условию (содержащие 1, 2, 4 и более цифр, содержащих повторяющиеся цифры, содержащие запятые), что свидетельствует о записи ответа наобум, лишь бы что-то записать.

Пример задания 2.

Сколько километров проедут Дима с дедушкой от деревни Шарковка до села Плодородное, если они поедут по шоссе через деревню Рассвет?

Ответ: 51.

Процент выполнения – 75,3 (в целом – 79,3%). Другие ответы возможны из-за неверного понимания условия (3,3% дало ответ 63, а это расстояние от Васильевки), плохого рисунка в условии, где непонятно количество клеток из-за символа деревни (4,5% дало ответ 48), арифметических ошибок.

Пример задания 3.

Найдите расстояние от деревни Васильевка до села Плодородное по прямой. Ответ дайте в километрах.

Ответ: 45.

Процент выполнения – 75,0 (в целом 75,3%). В этом задании необходимо построить простейшую геометрическую модель и ее исследовать, поэтому с ним плохо справились школьники, получившие оценку «2»

(14,5%), и всего половина школьников, получивших «3». Неверные ответы 15 (3,3%) – счет в клетках, вместо километров, 36 (3,2%) – неверный выбор деревень, 2,7% вообще не ответило.

Пример задания 4.

Сколько минут затратят на дорогу из деревни Васильевка в село Плодородное Дима с дедушкой, если они поедут сначала по шоссе, а затем свернут в Шарковке на прямую тропинку, которая проходит мимо пруда?

Ответ: 158,8.

Процент выполнения – 55,6 (в целом 61,3%). Самый популярный неправильный ответ 1588 (потеряна запятая) – 2,4%, следующий по популярности – 158 (отброшена дробная часть) – 1,8%. 12,4% вообще не ответили на вопрос. Самое сложное задание базового уровня.

Пример задания 5.

В таблице указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, расположенных в деревне Васильевка, селе Плодородное, деревне Шарковка и деревне Рассвет.

Наименование продукта	д. Васильевка	с. Плодородное	д. Шарковка	д. Рассвет
Молоко (1 л)	37	38	36	39
Хлеб (1 батон)	16	18	22	21
Сыр «Российский» (1 кг)	240	280	250	260
Говядина (1 кг)	420	430	415	410
Картофель (1 кг)	30	28	35	25

Дима с дедушкой хотят купить 4 кг сыра «Российский», 5 кг говядины, 6 кг картофеля. В каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответ запишите стоимость данного набора в этом магазине.

Ответ: 3240.

Процент выполнения – 82,0 (в целом 81,7%). Неправильные ответы были получены в результате недостаточно организованного перебора или арифметических ошибок. Тем не менее в веере ответов встречаются и однозначные числа. Обучающиеся, которые дали такой ответ, совсем не поняли или не захотели понять условие.

Пример задания 6.

Найдите значение выражения $\frac{1}{5} - \frac{41}{50}$.

Ответ: – 0,62

Процент выполнения – 53,7 (в целом 69,2%). Ответ 0,62 дало 10,8% выпускников. – 0,68 – 7,2%. Неправильные ответы могут быть вызваны и арифметическими просчетами, и незнанием правил действий с обыкновенными дробями. 4,4% вообще не дали ответ.

Пример задания 7.

На координатной прямой отмечены числа a , b и c .



Какая из разностей $a - b$, $c - a$, $b - c$ положительна?

- 1) $a - b$ 2) $c - a$ 3) $b - c$ 4) ни одна из них

Ответ: 2.

Процент выполнения – 78,7 (в целом 85,4%). Неправильные ответы (3 – 14,8%, 4 – 2,9%) показывает, что обучающийся не разобрался с задачей, выполнил ее невдумчиво. Часть ответов (36, 82, и т.д.) – 0,7%, свидетельствует о том, что ряд школьников в принципе не читают текста задания и пишут в ответы произвольные числа. 1% не ответил на вопрос.

Пример задания 8.

Найдите значение выражения $a^{-14} \cdot (a^9)^2$ при $a = 3$.

Ответ: 81

Процент выполнения – 70,4 (в целом 76,8%). Неправильный ответ 27 (6,9%) мог получиться в результате арифметической ошибки или неправильного возведения в степень. 6,3% не ответили на вопрос.

Пример задания 9.

Решите уравнение $x^2 - 121 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: – 11.

Процент выполнения – 75,4 (в целом 79,0%). Ошибки связаны с потерей отрицательного корня (9,3%). 6,1% не ответили на вопрос.

Пример задания 10.

Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает одну шариковую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

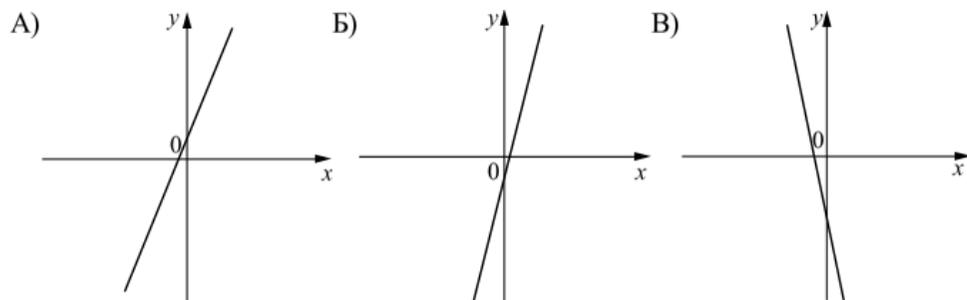
Ответ: 0,94.

Процент выполнения – 69,1 (в целом 75,9%). Наиболее распространённый неверный ответ 0,91 (6,7%). Ошибки большей частью имеют неарифметический характер и обусловлены непониманием понятия вероятности. Не ответили 6,7%.

Пример задания 11.

На рисунках изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов k и b .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

1) $k > 0, b < 0$ 2) $k < 0, b < 0$ 3) $k > 0, b > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ: 312.

Процент выполнения – 67,4 (в целом 75,0%). Самый распространенный неправильный ответ 132 (17,6%) был, вероятно, подобран случайно. И 1% выпускников дали странные ответы (однозначные, двузначные, четырёхзначные ответы, ответы с повторяющимися цифрами, использовали цифры больше 4).

Пример задания 12.

Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 6,75 Вт, а сила тока равна 1,5 А. Ответ дайте в омах.

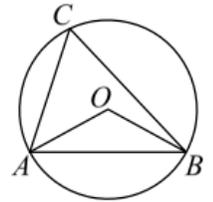
Ответ: 3.

Процент выполнения – 64,1 (в целом 69,3%). Самый распространённый неверный ответ 7 (9%), как он получается – непонятно. Ещё 9,3% не дали ответ.

Пример задания 13.

Пример задания 16.

Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O . Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB . Найдите угол ACB , если угол AOB равен 115° . Ответ дайте в градусах.

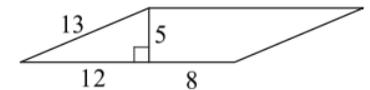


Ответ: 57,5.

Процент выполнения – 57,1 (в целом 63,4%). Это геометрическое задание базового уровня, на применение теоремы о вписанном угле. Тем не менее оно оказалось сложным. Наиболее распространённые неправильные ответы 65 (7,5%) (в сумме с углом из условия даёт 180°) и 86,5 (6,5%). 9,8% не написали ответ.

Пример задания 17.

Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.

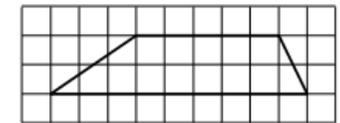


Ответ: 100.

Процент выполнения – 73,4 (в целом 68,0%). Задание опять содержит лишнее условие и оказывается трудным для выпускников. Самый распространённый неправильный ответ 120 (7,4%), это 4 площади прямоугольного треугольника на рисунке. 5,3% не ответили.

Пример задания 18.

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: 14.

Процент выполнения – 75,1% (в целом 80,2%). С геометрическими заданиями на клетчатой бумаге школьники справляются, как правило, лучше. Задание допускает не только формульное решение. Можно свести задачу, путем перекладывания частей, к подсчёту площади прямоугольника. Правда, здесь этот метод усложнён тем, что отрезки проходят не через вершины клеток. Изучение методов такого рода полезно для развития геометрического мышления.

Наиболее распространенный неправильный ответ 18 (10,0%), что соответствует площади прямоугольника, содержащего данную трапецию.

Пример задания 19.

Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Диагонали ромба равны.
- 2) Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.
- 3) В треугольнике против большего угла лежит большая сторона.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: 3.

Процент выполнения – 83,9 (в целом 81,9%). Популярны неправильные ответы 1 (7,9%) и 2 (3,9%). Опять много странных ответов (2,6%).

Часть 2

Рассмотрим далее более подробно задания второй части ОГЭ-2024 нашего региона (из открытого варианта). Выделим типичные ошибки выпускников по каждому из заданий 20-25 и приведем примеры решений из работ школьников нашего региона. Указанные *типичные ошибки* относятся ко всем вариантам КИМ в целом, хотя, как было сказано выше, варианты были разных типов.

Пример задания 20

Решите уравнение $x^3 + 3x^2 = 4x + 12$.

Решение. Преобразуем уравнение $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$, $x^2(x + 3) - 4(x + 3) = 0$, $(x + 3)(x^2 - 4) = 0$, $(x + 3)(x - 2)(x + 2) = 0$, откуда $x_1 = -3$, $x_2 = 2$, $x_3 = -2$.

Ответ: $\{-3; -2; 2\}$.

Типичные ошибки

- 1) Вычислительные ошибки.

- 2) Ошибки в решении квадратных уравнений (в формуле корней квадратного уравнения, при решении уравнений вида $x^2 = b$ и т.д.). Такие ошибки не относятся к вычислительным, и решение оценивается в 0 баллов.
- 3) Потеря корней при сокращении на множитель, содержащий переменную.

ЗАДАНИЕ № 20 (ПРИМЕР 1)

20

$$x^3 + 3x^2 = 4x + 12 \quad x = 0$$

$$x^2(x+3) = 4(x+3)$$

$$x^2 - 4 = 0 \quad x + 3 = 0 \quad x + 3 = 0$$

$$x^2 = 4 \quad x = -3 \quad x = -3$$

$$x = 2$$

Ответ: 2; -3; -3

Потерян ответ - 2 при решении уравнения $x^2 = 4$. Это не вычислительная ошибка.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 20 (ПРИМЕР 2)

Задача 20

$$x^3 + 3x^2 = 4x + 12$$

$$x^2(x+3) = 4x + 12$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x+3=0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 16 + 48 = 64 > 0, \text{ др.к.} \quad x = -3$$

$$x_1 = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a} = \frac{4 + \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{4 + 8}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a} = \frac{4 - \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{4 - 8}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Ответ: $x_1 = -3, x_2 = -2, x_3 = 6$

Грубая ошибка при разложении кубического уравнения на квадратное и линейное.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 20 (ПРИМЕР 3)

Задача № 20

$$x^3 + 6x^2 = 4x + 24$$

$$x^2(x + 6) = 4(x + 6)$$

$$x^2(x + 6) - 4(x + 6) = 0$$

$$(x + 6) \cdot (x^2 - 4) = 0$$

$$x + 6 = 0 \quad \text{или} \quad x^2 - 4 = 0$$

$$x = -6 \quad \quad \quad x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

Ответ: $x \in \{-6, 2, -2\}$

Ошибка при решении уравнения $x^2 = 4$. Это не вычислительная ошибка.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 20 (ПРИМЕР 4)

20. $x^3 + 6x^2 = 4x + 24$

$$x(x + 6) = 4(x + 6)$$

Если $x = -6$:

$$0 \neq 24$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

Ответ: $\begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$

Вычислены все корни, но при этом один из них отброшен при проверке. Это можно считать вычислительной ошибкой.

Оценка эксперта: 1 балл.

ЗАДАНИЕ № 20 (ПРИМЕР 5)

$$\sqrt{20.} \quad x^3 + 3x^2 = 4x + 12$$

$$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^2(x+3) - 4(x+3) = 0$$

$$(x+3)(x^2 - 4) = 0$$

$$x+3 = 0 \quad x^2 - 4 = 0$$

$$x_1 = -3 \quad (x-2)(x+2) = 0$$

$$x_2 = 2 \quad x_3 = -2$$

Ответ: $x_1 = -3$; $x_2 = 2$; $x_3 = -2$

Неверная форма записи ответа. Верное решение, все шаги выполнены.

Оценка эксперта: 2 балла.

Пример задания 21

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 285 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 34 км/ч, стоянка длится 19 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 36 часов после отплытия из него.

Решение. Пусть скорость течения x км/ч. Тогда скорость по течению $34 + x$ км/ч, скорость против течения $34 - x$ км/ч.

Составим уравнение для затраченного времени:

$$\frac{285}{34+x} + \frac{285}{34-x} = 36 - 19,$$

Преобразуем уравнение $285 \cdot 34 - 285x + 285 \cdot 34 + 285x = 17(34^2 - x^2)$, откуда $285 \cdot 4 = 34^2 - x^2$, $x^2 = 16$, $x = 4$.

Ответ: 4 км/ч.

Типичные ошибки

- 1) Неверное составление математической модели.
- 2) Ошибки не вычислительного характера в алгебраических преобразованиях.
- 3) Вычислительные ошибки.

ЗАДАНИЕ № 21 (ПРИМЕР 6)

21.

	$v, \text{км/ч}$	$t, \text{ч}$	$S, \text{км}$
по течению	$34 + x$	$\frac{285}{34+x}$	285
против течения	$34 - x$	$\frac{285}{34-x}$	285

$$v_{\text{соед}} = 34 \text{ км/ч}$$

$$v_{\text{теч.}} = x$$

$$S = v \cdot t$$

$$t = \frac{S}{v}$$

Зная, что течение затратил 36 часов на дорогу, а остановка составила 19 часов,

оставим и решим уравнение

$$t_1 + t_2 = 36 - 19$$

$$\frac{285}{34+x} + \frac{285}{34-x} = 36 - 19$$

$$\frac{285(x-34)}{x^2-34^2} + \frac{285(x+34)}{x^2-34^2} = 17 \quad x \neq 34$$

$$x \neq -34$$

$$\frac{285x - 8890 + 285x + 8890}{x^2 - 1156} = 17$$

$$\frac{570x}{x^2 - 1156} = 17 \quad / \cdot (x^2 - 1156)$$

$$570x = 17x^2 - 19652$$

$$17x^2 - 19652 - 570x = 0$$

$$17x^2 - 570x - 19652 = 0 \quad \begin{matrix} a=17 & b=-570 & c=-19652 \end{matrix}$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-570)^2 - 4 \cdot 17 \cdot (-19652) = 324900 + 1346336 = 1701236 \Rightarrow 2x$$

Верно составлено уравнение. При его решении сделана досадная ошибка при приведении к общему знаменателю, что привело к громоздким вычислениям и не позволило довести задачу до конца.

Оценка эксперта: 0 балла.

ЗАДАНИЕ № 21 (ПРИМЕР 7)

21. Пусть скорость течения равна x км/ч, тогда скорость, с которой теплоход пройдет в пункт назначения $= (x+34)$, а время, затраченное на это равно: $\frac{285}{x+34}$

Скорость, с которой теплоход пройдет обратной путь равна $34-x$, а время, затраченное на это равно: $\frac{285}{34-x}$.

Общее время пути и стоянки: 36 ч

Составим уравнение: !

$$\frac{285}{34+x} + \frac{285}{34-x} + 19 = 36$$

$$\frac{285}{34+x} + \frac{285}{34-x} = 17 \quad | \cdot (34+x)(34-x)$$

$$8690 - 285x + 8690 + 285x = 1156 - x^2$$

$$17380 - 1156 + x^2 = 0$$

$$x^2 + 16224 = 0$$

$$x^2 = -16224$$

$$x = \sqrt{16224}$$

Ответ! Ответили $\rightarrow \sqrt{16224}$

Верно составлено уравнение. При его решении потеряно умножение на 17 при применении свойства пропорции. Затем неверно решено уравнение $x^2 + 16224 = 0$. Если первую ошибку ещё можно считать вычислительной, то вторая к таким не относится.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 21 (ПРИМЕР 8)

№ 21

	В	S	t
по течению	34+x	285	$\frac{285}{34+x}$
против течения	34-x	285	$\frac{285}{34-x}$

} 17ч

Решение:

$$\frac{285}{34-x} + \frac{285}{34+x} = 17$$

$$\frac{9690 + 285x + 9690 - 285x}{1156 - x} = 17$$

$$\frac{19380}{1156-x} = \frac{17}{1}$$

$$19380 = 17(1156 - x) \Rightarrow 17x = 19652 - 19380$$

$$17x = 272$$

$$x = 16$$

Ответ: 16 км/ч

Верно составлено уравнение, но при его решении потерял квадрат у переменной.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 21 (ПРИМЕР 9)

✓ 21

	В	+	С
по теч	$x + 34$ км/ч	$\frac{285}{x + 34}$	285 км
против теч	$x - 34$ км/ч	$\frac{285}{x + 34}$	285 км

Скорость = 34 км/ч

Скорость = x км/ч

$$\frac{285}{x+34} - \frac{285}{x-34} = 17 \quad | \cdot (x+34)(x-34) \neq 0$$

$$285(x-34) - 285(x+34) = 17(x^2 - 1156)$$

$$\cancel{285x} - 9690 = \cancel{285x} - 9690 = 17x^2 - 19652$$

$$17x^2 - 19652 + 19380 = 0$$

$$17x^2 - 272$$

$$x^2 = \frac{272 \cdot 17}{17 \cdot 17} = \frac{16}{1} = 16$$

$$x^2 = 16$$

$$x_1 = -4 - \text{не подходит}$$

$$x_2 = +4 - \text{Скорость}$$

$$\text{Ответ: } x = 4$$

Математическая модель построена неверно. Но, чудесным образом, уравнение записано и решено верно. Тем не менее оценивается в 0 баллов.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 21 (ПРИМЕР 10)

Задача 21

Дано:

$S = 285 \text{ км}$

$V_{\text{ст. лод.}} = 34 \text{ км/ч}$

$t_{\text{стоян.}} = 19 \text{ часов}$

$+ 6 \text{ ч} = 36 \text{ час.}$
 $V = ?$

Решение

$x = V_{\text{теч. реки}}$

$36 - 19 = 17 \text{ часов - движение без стоянки}$

составим уравнение

$t = \frac{S}{V}$

$\frac{285}{34+x} + \frac{285}{34-x} = 17$

ОПЗ: $x \neq 34$
 $x \neq -34$

$\frac{9690 - 285x + 9690 + 285x}{(34+x)(34-x)} = 17$

$\frac{19380}{(34+x)(34-x)} = \frac{17}{1} = 17(34-x)(34+x) = 19380$

$19652 - 17x^2 - 19380 = 0$

$17x^2 = 270$

$x^2 = \frac{270}{17}$

$x = \sqrt{\frac{270}{17}}$

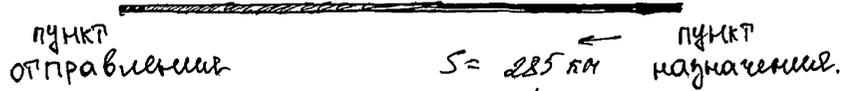
Ответ: скорость реки $\sqrt{\frac{270}{17}}$ км/ч

Верно построена модель и составлено уравнение. При решении его допущена вычислительная ошибка (вместо 272 получено 270), приводящая к странному ответу.

Оценка эксперта: 1 балл.

ЗАДАНИЕ № 21 (ПРИМЕР 11)

21. $S = \underline{285 \text{ км}}$ $v = 34 + x \text{ км/ч}$ + стоянка 19 часов.



$v_{\text{собствен.}} = 34 \text{ км/ч}$

$v_{\text{течения}} = x \text{ км/ч}$

$t = 36 - 19 = 17 \text{ часов}$ Составим уравнение:

$$\frac{285^{(34+x)}}{34+x} + \frac{285^{(34-x)}}{34-x} = 17^{(34-x)^2}$$

$$285 \cdot 34 - 285x + 285 \cdot 34 + 285x = 17 \cdot 34^2 - 17x^2$$

$$9690 + 9690 = 19652 - 17x^2$$

$$17x^2 - 272 = 0 \quad | : 17$$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$(x-4)(x+4) = 0$$

$x = 4$ $x = -4$ ← не подходит, так как скорость не может быть отрицательной.

Ответ: скорость течения = 4 км/ч.

Верно построена модель, составлено и решено уравнение.

Оценка эксперта: 2 балла.

Пример задания 22

Постройте график функции $y = 3|x + 8| - x^2 - 14x - 48$.

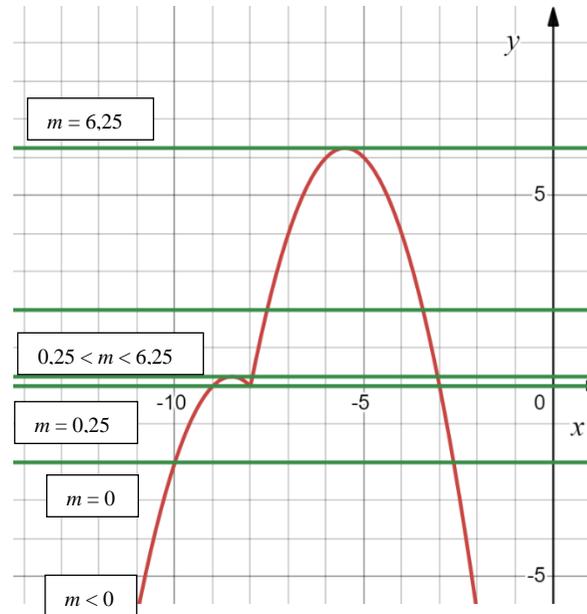
Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение. Раскроем модуль. При $x \geq -2$ график – парабола с вершиной $(-5,5; 6,25)$, точках $(-8; 0)$ и $(-3; 0)$.

При $x < -2$ получаем $y = -x^2 - 17x - 72$, график $(-8,5; 0,25)$, пересекающая ось Ox в точках $(-9; 0)$ и $(-8; 0)$.

Горизонтальные прямые пересекают график в трёх точках только если проходят через точку стыка или через вершину второй параболы. Поэтому

Ответ: $m = 0, m = 0,25$.



получаем $y = -x^2 - 11x - 24$, пересекающая ось Ox в

– парабола с вершиной $(-8,5; 8; 0)$. Графики соединяются в

трёх точках только если второй параболы. Поэтому

Типичные ошибки

1) Неправильное построение графика:

- неправильно определены координаты точки стыка, из-за чего график получается разрывным,
- график построен необоснованно (по точкам).

2) Неверное определение искомым значений параметра, часто связанное с неверным построением графика или арифметической ошибкой.

ЗАДАНИЕ № 22 (ПРИМЕР 12)

22) $y = 3|x + 2| - x^2 - 3x - 2$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	44 -3	0	1	0	3	4	3	0	-5	-12	-21

$y = 3|-5+2| - (-5)^2 - 3(-5) - 2 = 44 - 3$
 $y = 3|-4+2| - (-4)^2 - 3(-4) - 2 = 0$
 $y = 3|-3+2| - (-3)^2 - 3(-3) - 2 = 1$
 $y = 3|-2+2| - (-2)^2 - 3(-2) - 2 = 0$
 $y = 3|-1+2| - (-1)^2 - 3(-1) - 2 = 3$
 $y = 3|0+2| - (0)^2 - 3(0) - 2 = 4$
 $y = 3|1+2| - (1)^2 - 3(1) - 2 = 3$
 $y = 3|2+2| - (2)^2 - 3(2) - 2 = 0$
 $y = 3|3+2| - (3)^2 - 3(3) - 2 = -5$
 $y = 3|4+2| - (4)^2 - 3(4) - 2 = -12$
 $y = 3|5+2| - (5)^2 - 3(5) - 2 = -21$

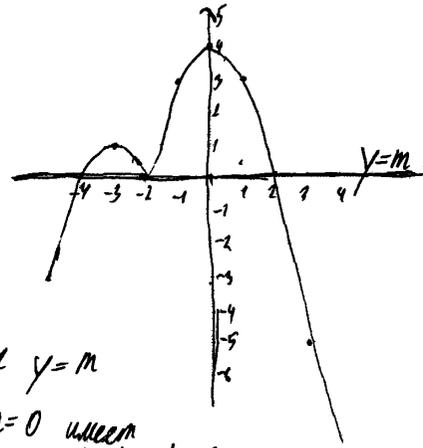


график $y = m$
 при $m = 0$ имеет
 с графиком $y = 3|x+2| - x^2 - 3x - 2$
 три общие точки

График построен по точкам, то есть построение не обосновано, хотя график построен верно. Значение параметра найдено неправильно (не хватает второго значения).

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 22 (ПРИМЕР 13)

дд. $y = 3|x+2| - x^2 - 3x - 2$
 1. Если $|x+2| \geq 0$, то $|x+2| = x+2$
 2. Если $|x+2| < 0$, то $|x+2| = -x+2$.

1. $y = 3x + 2 - x^2 - 3x - 2$
 $y = -x^2$

Координаты вершины $(0; 0)$

x	0	1	2
y	0	-1	-4

2. $y = -3x + 2 - x^2 - 3x - 2$
 $y = -x^2 - 6x$

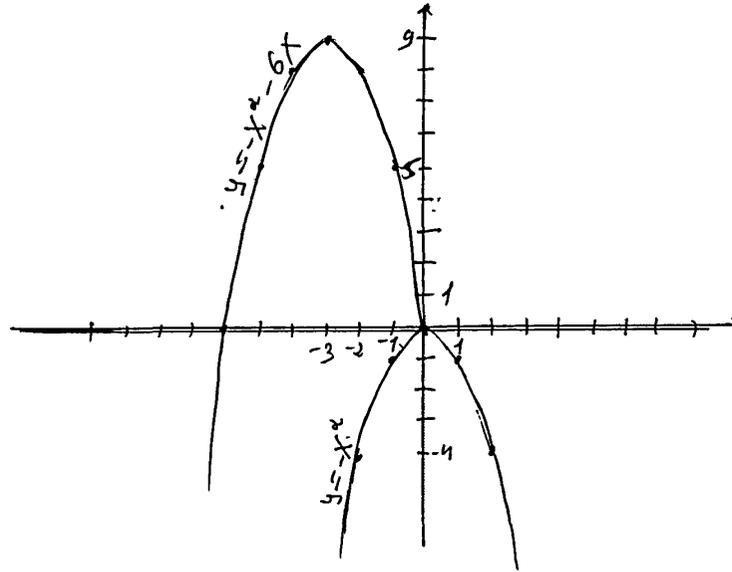
$m = \frac{-b}{-2} = -3$

$n = -9 + 18 = 9$

Координаты вершины $(-3; 9)$

x	-3	-2	-1	0
y	9	8	5	0

Ответ: $m \in (-\infty; 0)$



Неверно раскрыт модуль в обоих случаях. График построен неверно. Строго говоря – это не график функции. Значение параметра найдено неправильно.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 22 (ПРИМЕР 14)

N 2 2

$$y = 3|x+2| - x^2 - 3x - 2$$

$$y = \begin{cases} 3x+6 - x^2 - 3x - 2, & \text{если } x+2 \geq 0 \\ -3x-6 - x^2 - 3x - 2, & \text{если } x+2 < 0 \end{cases}$$

$$y = 3x+6 - x^2 - 3x - 2, \text{ если } x \geq -2$$

$$y = -x^2 + 4$$

~~Упростите~~ график функции $y = -x^2 + 4$ начертая

из графика $y = -x^2$ сдвигаем по оси

y на 4 вверх, все точки вверх сдвину

$$\begin{array}{l} x \quad 1 \quad -1 \quad 2 \quad -2 \quad 3 \\ y \quad -1 \quad -1 \quad -4 \quad -4 \quad -9 \end{array}$$

$$y = -3x - 6 - x^2 - 2 \cdot 3x \text{ или } x < -2$$

$$y = -x^2 - 6x - 8$$

$$y = (-x^2 - 6x + 9) - 12$$

$$y = -x^2$$

$$x_0 = -\frac{-6}{-2} = 3$$

$$f_0(x_0) = -9 - 18 - 9 = -36$$

x	2	4	1	5
y				

$$y = (-x^2 - 6x + 9) - 12$$

$$y = -x^2 - 6x - 3$$

$$y = -(x^2 + 6x + 9)$$

$$y = -(x^2 + 6x + 9) - 1$$

$$y = -(x + 3)^2 - 1 \text{ ветви } \downarrow$$

функция $y = -(x + 3)^2 - 1$ получает

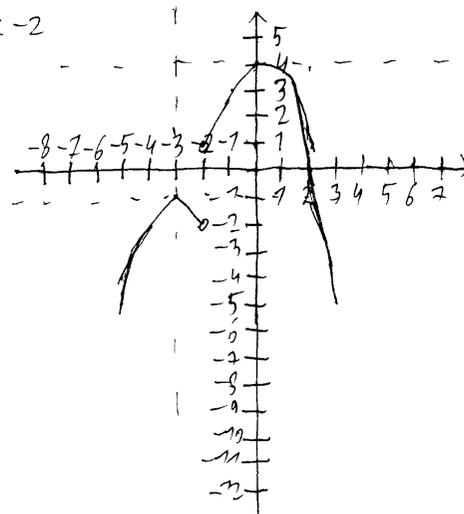
из $y = -x^2$ смещением оси y на 1

вниз и по оси x на 3 влево

$$x \quad 1 \quad -1 \quad 2 \quad -2$$

$$y \quad -1 \quad -1 \quad -4 \quad -4$$

Ответ: график функции $y = -x^2 - 6x - 3$ имеет 3 графика 3 общие точки при $m \in (-1, -2)$



В первом случае график не достиг оси Ox , причём конечная точка выколота, во втором случае из-за ошибки в преобразованиях сдвиг графика произведён неправильно. Точка стыка не проверена, хотя это могло уберечь от

ошибки. Из-за неверно построенного графика неверно определён параметр. Кроме того, ещё и промежуток записан задом наперёд.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 22 (ПРИМЕР 15)

~ 2 2

$$y = 3|x+2| - x^2 - 3x - 2$$

① $x+2 \geq 0$

$$x \geq -2$$

$$y = 3(x+2) - x^2 - 3x - 2$$

$$y = 3x + 6 - x^2 - 3x - 2$$

$y = -x^2 + 4$ - квадратичная, парабола, ветви ↓

$\frac{x -1 -2}{y 3 0}$	$y = -1 + 4 = 3$
	$y = -4 + 4 = 0$

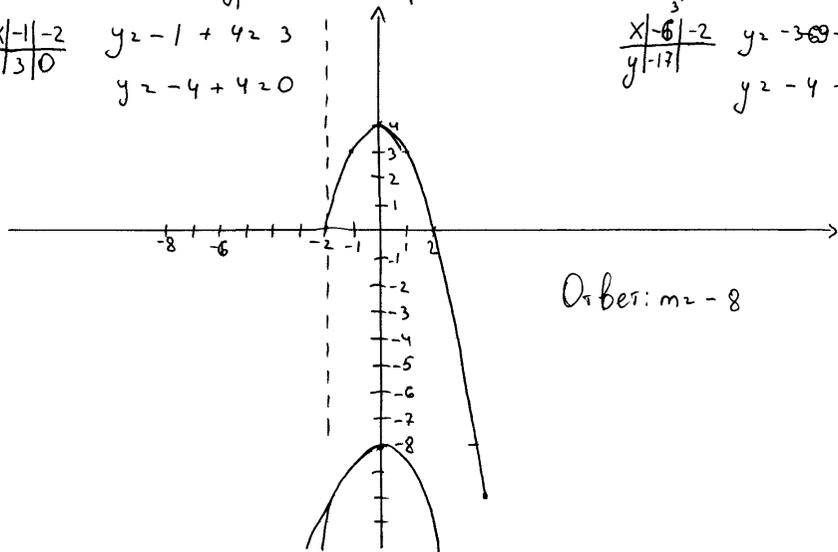
② $x+2 < 0 \quad x < -2$

$$y = 3(x-2) - x^2 - 3x - 2$$

$$y = 3x - 6 - x^2 - 3x - 2$$

$y = -x^2 - 8$ - квадратичная,

$\frac{x -6 -2}{y -17 }$	$y = -3 - 8 = -11$
	$y = -4 - 8 = -12$



Из-за неверного раскрытия модуля во втором случае график построен неверно. К тому же не учтено условие $x \leq -2$. Значение параметра найдено неверно.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 22 (ПРИМЕР 16)

22. $y = 3|x+2| - x^2 - 3x - 2$

① $y = 3x + 6 - x^2 - 3x - 2$ если $x+2 \geq 0 \quad x \geq -2$.

$y = -x^2 + 4$

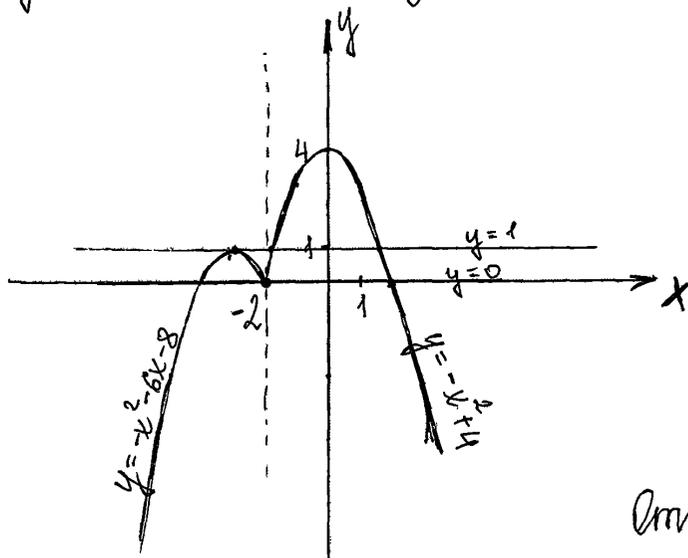
x	0	1	2	-1
y	4	3	0	3

② $y = -3x - 6 - x^2 - 3x - 2$ если $x+2 < 0 \quad x < -2$.

$y = -6x - x^2 - 8$

$y = -x^2 - 6x - 8$

x	0	-1	-2	1
y	-8	-3	0	-3



Ответ: $m = 1, 0$.

Во втором случае в таблице есть ошибка, построение графика недостаточно обосновано. График верен, значение параметра найдено верно.

Оценка эксперта: 1 балл.

ЗАДАНИЕ № 22 (ПРИМЕР 17)

№ 22. $y = 3|x+8| - x^2 - 14x - 48$

1) $|x+8| > 0$

$$y = 3(x+8) - x^2 - 14x - 48$$

$$y = \underline{3x} + \underline{24} - x^2 - \underline{14x} - \underline{48}$$

$$y = -x^2 - 11x - 24$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-11}{-2} = -5,5$$

$$y_0 = -(-5,5)^2 - 11 \cdot (-5,5) - 24 = 6,25$$

$$D = b^2 - 4ac = 121 - 4 \cdot (-1) \cdot (-24) = 25$$

Найдем корни функции:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{11 + 5}{-2} = -8$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{11 - 5}{-2} = -3$$

x	-4	-5	-3	-8
y	4	6,25	0	0

$$2) |x+8| < 0$$

$$y = 3(-x-8) - x^2 - 14x - 48$$

$$y = \underline{-3x - 24} - x^2 - \underline{14x - 48}$$

$$y = -x^2 - 17x - 72$$

$$x_b = \frac{-b}{2a} = \frac{17}{-2} = -8,5$$

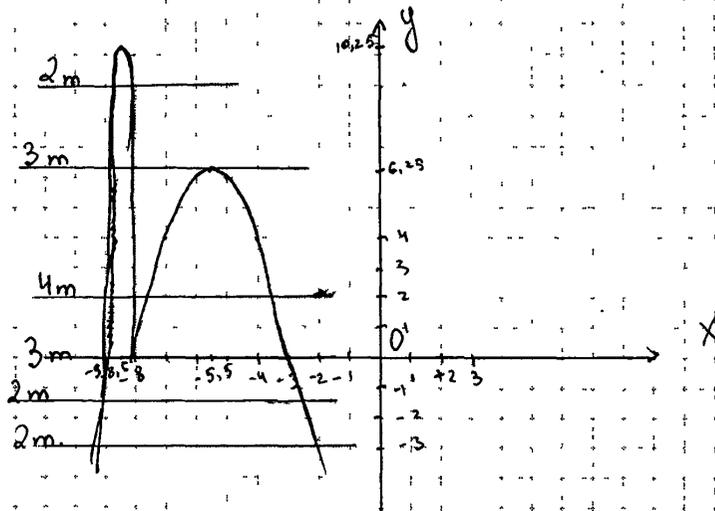
$$y_b = -(-8,5)^2 - 17 \cdot (-8,5) - 48 = 10,25$$

$$D = b^2 - 4ac = 289 - 4 \cdot (-1) \cdot (-72) = 1$$

Найдем корни функции:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{17+1}{-2} = -9$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{17-1}{-2} = -8$$



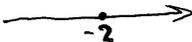
Ответ: $m = 0$; $m = 6,25$

В вычислении вершины второй параболы допущена вычислительная ошибка, из-за чего график построен неверно. Но все дальнейшие шаги, определение значения параметра с учётом этой ошибки, выполнены верно.

Оценка эксперта: 1 балл.

ЗАДАНИЕ № 22 (ПРИМЕР 18)

22.

$$y = 3|x+2| - x^2 - 3x - 2 \quad \begin{cases} x+2=0 \\ x=-2 \end{cases}$$


$$x < -2; -3(x+2) - x^2 - 3x - 2 = -3x - 6 - x^2 - 3x - 2 = -x^2 - 6x - 8$$

$$x \geq -2; 3(x+2) - x^2 - 3x - 2 = 3x + 6 - x^2 - 3x - 2 = -x^2 + 4 = 4 - x^2$$

$$y = \begin{cases} -x^2 - 6x - 8, & \text{при } x < -2 \\ 4 - x^2, & \text{при } x \geq -2 \end{cases}$$

1) строим график $y = -x^2 - 6x - 8$

$$-x^2 - 6x - 8 = 0$$

$$D = 36 - 4 \cdot 8 = 4.$$

$$x_1 = \frac{6+2}{-2} = -4$$

$$x_2 = \frac{6-2}{-2} = -2$$

$$y = -(x+4)(x+2)$$

2) строим график $y = 4 - x^2$

$$4 - x^2 = 0$$

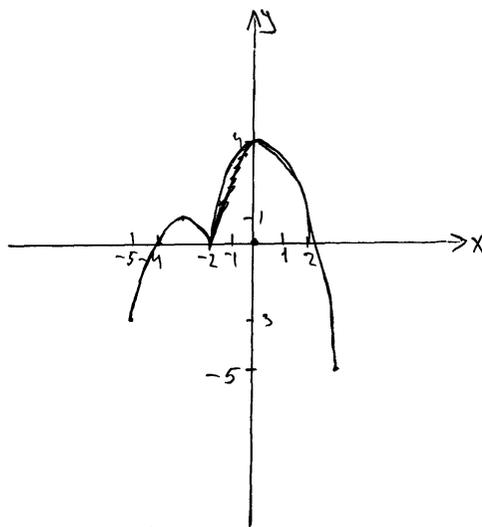
$$(4-x)(2-x)(2+x)$$

Определим, при каких значениях m прямая

$y = m$ имеет с графиком ровно три

общие точки, при $m =$

$$\begin{aligned} m &= 0 \\ m &= 1 \\ m &= 1. \end{aligned}$$



Верное решение, быть может, стоили чуть подробнее описать построение графиков. Значения параметра определены верно.

Оценка эксперта: 2 балла.

ЗАДАНИЕ № 22 (ПРИМЕР 19)

N 22

$$y = 3|x+2| - x^2 - 3x - 2$$

$$y = \begin{cases} 3(x+2) - x^2 - 3x - 2, & x+2 \geq 0 \\ 3(-x-2) - x^2 - 3x - 2, & x+2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+6 - x^2 - 3x - 2, & x \geq -2 \\ -3x-6 - x^2 - 3x - 2, & x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 4, & x \geq -2 \quad (1) \\ -x^2 - 6x - 8, & x < -2 \quad (2) \end{cases}$$

1) $y = -x^2 + 4, x \geq -2$

$y = -x^2 \uparrow 4, x \geq -2$

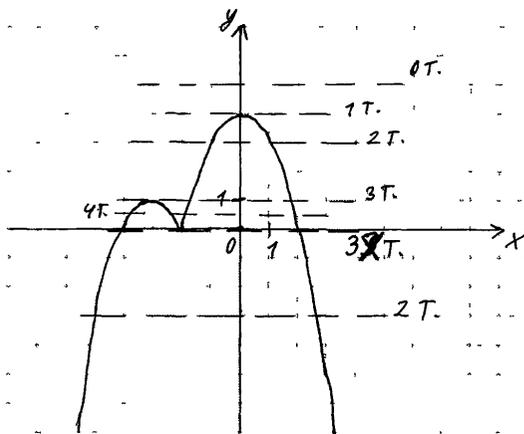
2) $y = -x^2 - 6x - 8, x < -2$

$$y = -x^2 - 6x - 8 = -x^2 - 6x - 9 + 1 = -(x^2 + 6x + 9) + 1 = -(x+3)^2 + 1$$

$y = -x^2 \leftarrow 3 \uparrow 1, x < -2$

$y = m$ 3 Т., при $m = 0; 1$.

Ответ: $m = 0; 1$.



Верное решение. Значения параметра определены верно.

Оценка эксперта: 2 балла.

Пример задания 23

Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны 16 и 34. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

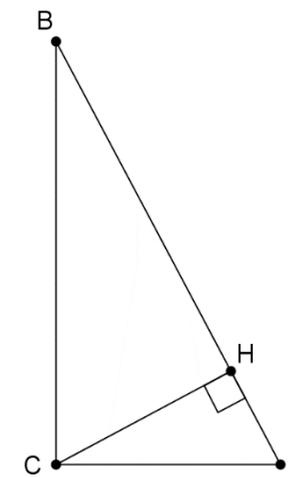
Решение. Найдём AH – проекцию катета $AC = 16$ на гипотенузу AB .

$$AH = \frac{AC^2}{AB} = \frac{16^2}{34} = \frac{128}{17}.$$

Найдём высоту CH по теореме Пифагора для треугольника ACH . $CH^2 + AH^2 = AC^2$. Отсюда $CH = \sqrt{AC^2 - AH^2}$. Получаем:

$$CH = \sqrt{16^2 - \left(\frac{128}{17}\right)^2} = \frac{16}{17} \sqrt{17^2 - 8^2} = \frac{16 \cdot 15}{17} = \frac{240}{17} = 14 \frac{2}{17}.$$

Ответ: $14 \frac{2}{17}$.

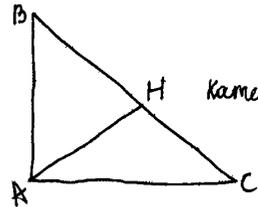


Типичные ошибки

- 1) Использование необоснованных утверждений.
- 2) Попытки округлить ответ.
- 3) Рассмотрение частных случаев.

ЗАДАНИЕ № 23 (ПРИМЕР 20)

Задание 23



Дано: $\triangle ABC$ - прямоугольный

катет $AB = 16$, гипотенуза $BC = 34$, AH - высота

Найти: AH - ?

Решение: найдем катет $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{34^2 - 16^2} = \sqrt{1156 - 256} = \sqrt{900} = 30$

теперь вычислим площадь $\Delta S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 30 = 240$

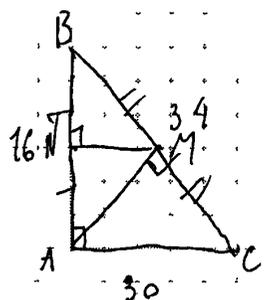
$$AH = \frac{240}{\frac{1}{2} \cdot 30} = \frac{240}{15} = 16$$

Ответ: $AH = 16$

В решении ошибка в последней строке. Вместо длины отрезка BC взята длина отрезка AC . Таким образом, использован неверный геометрический факт.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 23 (ПРИМЕР 21)



AM - ?

$$AC^2 = 34^2 + 16^2 = 1156 + 256 = 1412$$

$$AC = 30$$

$$MN = \text{ср. линия } x = \frac{30}{2} = 15 \Rightarrow \Delta MBN \text{ подобен } \Delta ABC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{15}{30} = \frac{BM}{34} = BM = \frac{34 \cdot 15}{30} = 17 \Rightarrow BM = MC = 17 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AM^2 = 30^2 - 17^2 = 900 - 289 = 611$$

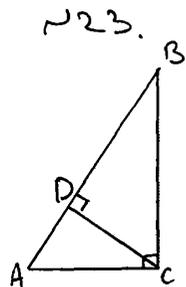
$$AM = \sqrt{611}$$

$$\text{Ответ: } AM = \sqrt{611}$$

Точка M не является серединой отрезка BC , поэтому MN – не средняя линия. Поэтому решение неверное.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 23 (ПРИМЕР 22)



Дано: $\triangle ABC$
 $AC = 16$; $AB = 34$
 $CD \perp AB$.
 Найти: CD .

$$\begin{array}{r} \sqrt{} \\ 14 \overline{) 240} \\ \underline{14} \\ 100 \\ \underline{68} \\ 320 \\ \underline{28} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

Решение:

2) Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle ACD$.

1) по т. Пифагора:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$BC^2 = AB^2 - AC^2$$

$$BC^2 = 34^2 - 16^2$$

$$BC^2 = 1156 - 256 = 900$$

$$BC = 30$$

AC - общая
 $\angle C = \angle D = 90^\circ$ \Rightarrow подобны
 $\triangle ABC$
 $\triangle ACD$

$$3) \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow CD = \frac{BC \cdot AC}{AB}$$

$$CD = \frac{30 \cdot 16}{34} = \frac{240}{17} \approx 14$$

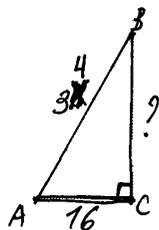
Ответ: $CD = 14$.

Неверный признак подобия по общей стороне и одному углу. Треугольники, конечно, подобны, но доказывать это надо по-другому.

Оценка эксперта: 0 балла.

ЗАДАНИЕ № 23 (ПРИМЕР 23)

2 2 3



Дано: $AB = 34$; $AC = 16$

Найти: BC

~~В~~ $\triangle ABC$ - прямоугол (по усл)

$BC =$ высота гипотенузы

~~$\sqrt{BC} = 34$~~

$$\sqrt{BC} = \sqrt{34^2 - 16^2}$$

$$\sqrt{BC} = \sqrt{1156 - 256}$$

$$\sqrt{BC} = \sqrt{900}$$

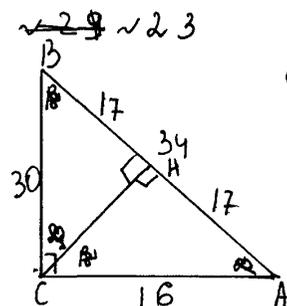
$$BC = 30$$

Ответ: 30

В решении вычисляется катет BC . Но это совсем не то, о чём спрашивается в задаче.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 23 (ПРИМЕР 24)



Дано: CH - высота

$$\angle CBA = \angle HBA$$

$$\angle BCH = \angle CAH \Rightarrow \triangle BCBH \sim \triangle CAH \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ACH \Rightarrow$$

$$\triangle ABC \sim \triangle CBH \Rightarrow AH = 34 : 2 = 17 \Rightarrow CB = 30$$

$$34^2 - 16^2 = 1156 - 256 = 900 \Rightarrow 30^2$$

$$CB = 30 \Rightarrow CH \text{ по теореме Пифагора.} \Rightarrow \Rightarrow$$

$$CH = 30^2 - 17^2 = 900 - 289 = 611 \Rightarrow \sqrt{611}$$

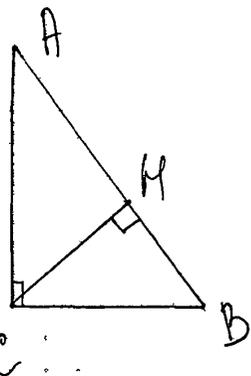
Ответ: $CH = \sqrt{611}$

В решении рассматривается частный случай, когда высота является медианой (т.е. случай равнобедренного треугольника). На самом деле в условиях задачи – это не так. Таким образом, решение содержит неверное геометрическое утверждение.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 23 (ПРИМЕР 25)

23.



Дано: $\triangle ABC$ - прямоугольн.; CM - высота,

$$CB = 16, AB = 34.$$

Найти: CM .

Решение:

1) Найдем AC .

$$AB^2 - CB^2 = AC^2$$

$$34^2 - 16^2 = 1156 - 256 = 900$$

$$AC = 30.$$

$$2) S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 16 = 240$$

$$3) S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CM$$

$$240 = \frac{1}{2} \cdot 34 \cdot CM.$$

$$240 = 17 CM$$

$$CM = 14 \frac{2}{17}.$$

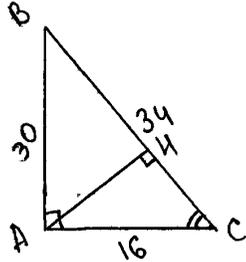
Ответ: $14 \frac{2}{17}$.

Решение задачи проводится с применением метода площадей. Все шаги обоснованы и получен верный ответ.

Оценка эксперта: 2 балла.

ЗАДАНИЕ № 23 (ПРИМЕР 26)

№ 23.



Дано: $\triangle ABC$

$$BC = 34$$

$$AC = 16$$

$$\angle A = 90^\circ$$

АH - высота

Найти: АH - ?

Решение:

$$\cancel{AB^2} = BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad \text{по теор. Пифагора}$$

$$AB^2 = BC^2 - AC^2$$

$$AB^2 = 34^2 - 16^2$$

$$AB^2 = 1156 - 256$$

$$AB^2 = 900$$

$$AB = \sqrt{900}$$

$$AB = 30$$

Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle AHC$:

$$1) \angle BCA = \angle HCA$$

$$2) \angle AHC = \angle BAC$$

$$3) AC - \text{общая}$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AHC$$

по двум углам
и стороне

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AH}{AB} = \frac{HC}{AC}$$

$$AH = \frac{AC \cdot AB}{BC}$$

$$AH = \frac{16 \cdot 30}{34}$$

$$AH \approx 14,12$$

Ответ: $AH \approx 14,12$

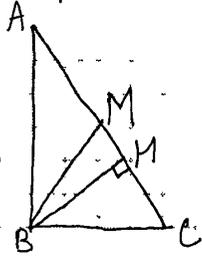
Решение через подобие треугольников. В обосновании есть неточность (подобие по двум углам и общей стороне). В остальном решение верное. Только в конце почему-то ответ записывается в приближённом виде. Тем не менее, эксперты сочли возможным поставить полный балл.

Оценка эксперта: 2 балла.

ЗАДАНИЕ № 23 (ПРИМЕР 27)

√23

чертеж



Решение

- 1) проведем медиану BM
- ~~2) пусть MN = x, BN = y, тогда~~
- 2) $AM = MC = BM = \frac{1}{2}AC$ (т.к. BM - медиана, проведенная к гипотенузу) \Rightarrow

Дано:

$$AC = 34$$

$$BC = 16$$

$$\angle ABC = 90^\circ$$

Найти: BN

$$\Rightarrow AM = MC = BM = 17$$

3) пусть MN = x, BN = y, тогда

$$\begin{cases} (17-x)^2 + y^2 = 16^2 & \text{по теореме Пифагора} \\ x^2 + y^2 = 17^2 & \text{с по теореме Пифагора} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (17-x)^2 + y^2 = 16^2 \\ -x^2 - y^2 = -17^2 \\ \hline (17-x)^2 = x^2 + y^2 - 16^2 + 17^2 \end{cases}$$

$$289 - 34x + x^2 - x^2 = 256 - 289$$

$$289 + 289 - 256 = 34x$$

$$34x = 322$$

$$x = \frac{161}{17}$$

$$\begin{aligned}
y^2 &= 17^2 - \left(\frac{161}{17}\right)^2 \\
y^2 &= \left(17 - \frac{161}{17}\right) \left(17 + \frac{161}{17}\right) \\
y^2 &= \left(\frac{289 - 161}{17}\right) \left(\frac{289 + 161}{17}\right) \\
y^2 &= \frac{128 \cdot 450}{17 \cdot 17} \\
y^2 &= \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5}{17 \cdot 17} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5}{17 \cdot 17}} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5}{17} \\
&= \frac{240}{17} \\
\text{ответ: высота} &= \frac{240}{17}
\end{aligned}$$

Верное решение через дополнительное построение и теорему Пифагора. Получен верный ответ.

Оценка эксперта: 2 балла.

Пример задания 24

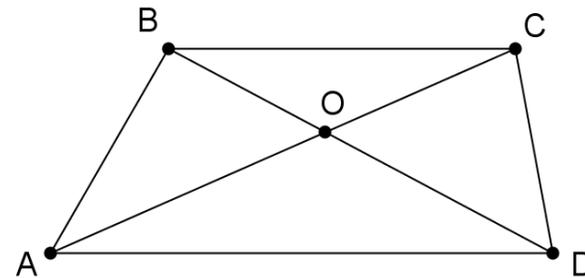
В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

Решение. Площади треугольников ABD и ACD равны, так как у них одно и то же основание AD и равные высоты (высота трапеции). Получаем:

$$S_{AOB} = S_{ABD} - S_{AOD} = S_{ACD} - S_{AOD} = S_{COD}.$$

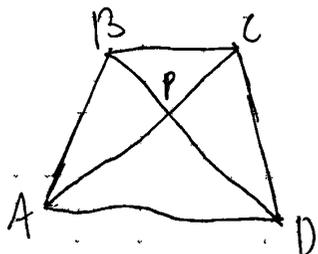
Типичные ошибки

- 1) Использование необоснованных утверждений в доказательстве
- 2) Ошибки в использовании пропорции.
- 3) Рассмотрение частных случаев.



ЗАДАНИЕ № 24 (ПРИМЕР 28)

№ 24 :



$$\Delta S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABP} + S_{\triangle BPC}$$

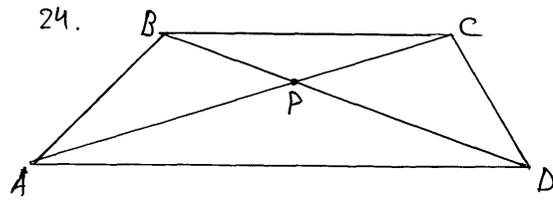
$$\Delta S_{\triangle BCD} = S_{\triangle CDP} + S_{\triangle BPC}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle APB} = S_{\triangle CDP}$$

В решении неявно использовано равенство площадей треугольников ABC и BCD , которое никак не обосновано.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 24 (ПРИМЕР 29)



Решение:

1) Рассмотрим ~~$\triangle ACB$ и $\triangle DBE$~~ $\triangle APD$ и $\triangle CPB$.

1) $\angle PAD = \angle PCD$ (как и.л. при парал. пр. BC и AD и сек. AC)

2) $\angle PDA = \angle PBC$ (как и.л. при парал. пр. BC и AD и сек. BD)

$\triangle APD \sim \triangle CPB$ (по 2-м углам)

из $\triangle APD \sim \triangle CPB \Rightarrow \frac{AP}{CP} = \frac{PD}{PB} = \frac{AD}{CB} = k$.

2) Рассмотрим $\triangle APB$ и $\triangle CPD$

~~$\angle BAP = \angle DCP$ (как и.л. при парал. пр. BC и AD)~~

1) $\angle BPA = \angle CPD$ (верт. углы)

2) $\frac{AP}{CP}$ (из доказательства)

3) $\frac{PD}{PB}$ (из доказательства)

\Downarrow

$\triangle APB \sim \triangle CPD$ (по 2-м пропорциональным сторонам и \angle между ними)

из $\triangle APB \sim \triangle CPD \Rightarrow \frac{S_{APB}}{S_{CPD}} = k^2$, так как а.т.к. $\frac{AP}{CP} = \frac{PD}{PB}$, то следует,

что $\frac{S_{APB}}{S_{CPD}} = 1^2$, и значит $S_{APB} = S_{CPD}$.

Доказ:

$ABCD$ - трапеция

$AB \parallel CD$

$AC \cap BD = P$

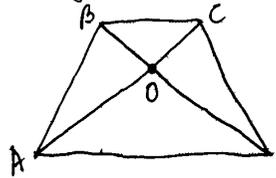
и-т-д: $S_{APB} = S_{CPD}$

Пропорция доказана неверно, поэтому все дальнейшие действия не имеют обоснования.

Оценка эксперта: 0 балла.

ЗАДАНИЕ № 24 (ПРИМЕР 30)

Задача 24



Док-ть: площади $\triangle OAB$ и $\triangle OCD$ равны

Док-во: $ABCD$ - равнобедренная трапеция

AD и BC диагонали пересекаются в точке O .

$(AD = BC)$ $AC = BD$ (диагонали ^{равнобедренной} трапеции равны); точка O - середина

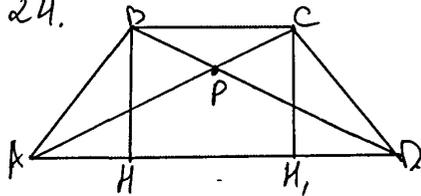
$\triangle OAB = \triangle OCD$ (по двум сторонам и углу между ними).

Используется частный случай – равнобедренная трапеция.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 24 (ПРИМЕР 31)

24.



Сано: трапеция $ABCD$.

BC и AD - основания

AC и BD - диагонали.

Сказать: $\triangle ABP = \triangle CPD$.

Доказ-во: Рассмотрим треугольники $\triangle ACD$ и $\triangle ABC$. Они имеют общее основание AD . Проведем высоту трапеции из точек B и C .

Рассмотрим высоты BH и CH , при этом
 $BH = CH$,
 $S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} BH \cdot AD$
 $S_{\Delta ACD} = \frac{1}{2} CH \cdot AD$
 Так как $BH = CH$, а AD - общее основание
 $S_{\Delta ABD} = S_{\Delta ACD}$.
 $S_{\Delta ABP} = S_{\Delta ABD} - S_{\Delta APD} \Rightarrow$
 $S_{\Delta CPD} = S_{\Delta ACD} - S_{\Delta APD}$
 $S_{\Delta ABP} = S_{\Delta CPD}$ это доказывает, что
 их основания, а при APD - равны, это
 значит, что точка P равноудалена
 от вершин A и D , а значит и от
 вершин B и C , это доказывает, что
 $BP = PC$, а
 $\angle BPA = \angle CPD$, как вертикальные.
 Таким образом $\Delta ABP = \Delta CPD$ по
 двум сторонам и углам
 между ними

Сначала доказано равенство площадей нужных треугольников через площади и дополнительное построение. Если бы на этом задача закончилась – был бы полный балл. Но после этого зачем-то доказывается равенство этих треугольников, что является неверным геометрическим фактом.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 24 (ПРИМЕР 32)

2 ч.

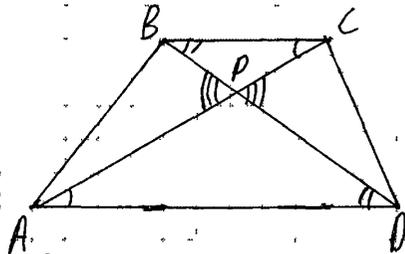
доказ-ние
 $S_{\triangle APB} = S_{\triangle CPD}$

доказ-во:
 через M_1 и M_2 - A
 - середины BC и AD соответственно.
 Пусть P принадлежит на M_1M_2 (обозначим точку пересечения диагоналей \square)
 $S_{\triangle BM_1M_2A} = S_{\triangle M_1M_2BC}$, т.к. одинак. высота и равные основания
 $S_{\triangle PM_1} = S_{\triangle PM_2}$ (одинак. высота и равные основания)
 $S_{\triangle APM_1} = S_{\triangle CPM_2}$
 $S_{\triangle ABP} = S_{\triangle ABM_1M_2} - S_{\triangle BM_1P} - S_{\triangle APM_1} = S_{\triangle M_1CDM_2} - S_{\triangle M_2CP} - S_{\triangle PDM_2} = S_{\triangle CPD}$
 $S_{\triangle ABP} = S_{\triangle CPD}$ ч.т.д. ■

В решении используется свойство точки пересечения диагоналей. Так как оно встречается в некоторых учебниках, его можно принять без дополнительного обоснования. В остальном все шаги решения верные.

Оценка эксперта: 2 балла.

ЗАДАНИЕ № 24 (ПРИМЕР 33)



N 24.

Дано: $ABCD$ - трапеция; $T. P$ - пересечение диагоналей.

Доказ-ть: $S_{\Delta APB} = S_{\Delta CPD}$.

Доказ-во:

$ABCD$ - трапеция $\Rightarrow BC \parallel AD \Rightarrow \angle CAD = \angle ACB$ (накрест. лежащие) и $\angle BDA = \angle DBC$ (накрест. лежащие)

$\Delta BPC \sim \Delta APD$ (по 2-м углам) $\Rightarrow \frac{BP}{PD} = \frac{CP}{AP} \Rightarrow AP \cdot BP = CP \cdot PD$

$\angle BPA = \angle CPD$ (вертикальные) $\Rightarrow \sin \angle BPA = \sin \angle CPD$ (равные углы)

$$S_{\Delta APB} = \frac{1}{2} \cdot \sin \angle BPA \cdot BP \cdot AP$$

$$S_{\Delta CPD} = \frac{1}{2} \cdot \sin \angle CPD \cdot CP \cdot PD$$

$$S_{\Delta APB} = S_{\Delta CPD} \quad (\sin \angle BPA = \sin \angle CPD; \quad CP \cdot PD = BP \cdot AP) \quad \text{Ч. Т. } \square$$

Верное доказательство через формулу площади треугольника по двум сторонам и углу между ними.

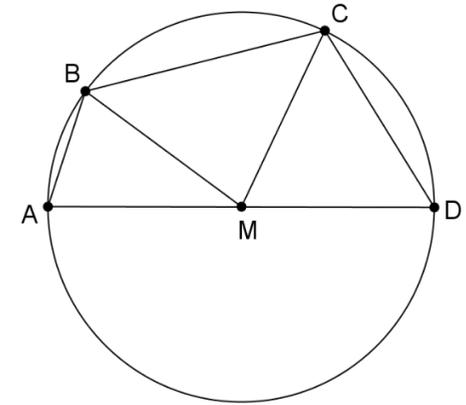
Оценка эксперта: 2 балла.

Пример задания 25

Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 11$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 126° и 99° .

Решение. Так как точка M равноудалена от всех вершин четырёхугольника $ABCD$, то она является центром окружности, описанной около четырёхугольника. По свойству вписанного четырёхугольника $\angle A = 180^\circ - \angle C = 180^\circ - 99^\circ = 81^\circ$, $\angle D = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$. Треугольники ABM и CDM – равнобедренные, поэтому $\angle ABM = \angle A = 81^\circ$, $\angle DCM = \angle D = 54^\circ$. Тогда $\angle CBM = \angle B - \angle ABM = 126^\circ - 81^\circ = 45^\circ$, $\angle BCM = \angle C - \angle DCM = 99^\circ - 54^\circ = 45^\circ$. Тогда $\angle BMC = 180^\circ - \angle BCM - \angle CBM = 90^\circ$, треугольник BCM – прямоугольный, равнобедренный с гипотенузой 11. Тогда $BM = CM = \frac{11\sqrt{2}}{2}$, $AD = 11\sqrt{2}$.

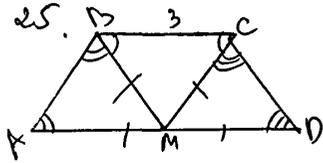
Ответ: $11\sqrt{2}$.



Типичные ошибки

- 1) Использование необоснованных утверждений в доказательстве.
- 2) Ошибки в использовании свойств вписанных углов.
- 3) Ошибки в вычислениях.

ЗАДАНИЕ № 25 (ПРИМЕР 34)



Дано: $ABCD$ — выпуклый четырехугольник
 точка M равноудалена от всех его вершин.
 $BC = 3$.

$\angle B = 54^\circ$
 $\angle C = 131^\circ$

Найти: AD — ?

Решение: $BM = CM \Rightarrow \triangle BMC$ — равнобедренный \Rightarrow

$\angle MBC = \angle BCM$, также:

$\angle MCD = \angle MDC$, а $\angle ABM = \angle CAM$.

Сумма противоположных углов

выпуклого четырехугольника

равна 180°

$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$

$\angle A = 180^\circ - 131^\circ = 49^\circ \Rightarrow$

$\angle ABC = \angle CBM =$

$\angle MBC = 54 - 49 = 45^\circ \Rightarrow$

$\angle BCM = 45^\circ$

$\angle BMC = 180^\circ - (45^\circ + 45^\circ) = 90^\circ$

Поскольку $BM = CM$;

$$\frac{BC}{\sin \angle BMC} = \frac{BM}{\sin \angle BCM}$$

$$\frac{3}{1} = \frac{BM}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$BM = 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{9 \cdot 2}{4} = \frac{18}{4} = 4.5$$

$$BM = AM = MD = 4.5$$

$$AD = AM + MD$$

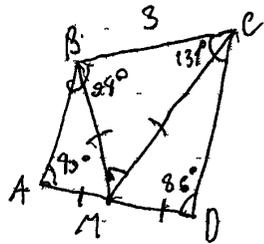
$$AD = 4.5 + 4.5 = 9$$

Ответ: 9

Верное решение до момента начала манипуляций с длиной отрезка BM . Зачем-то она возводится в квадрат, при этом всё равно остаётся длиной. Дальнейшее вычисление неверно.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 25 (ПРИМЕР 35)



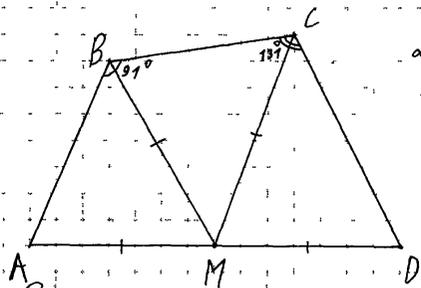
$AM = x$

№ 25

$AM = BM = CM = MD$ (по условию) $\Rightarrow \triangle ABM$ и $\triangle BMC$
 $\angle D = 180^\circ - 99^\circ = 86^\circ$ (по ~~4-м~~ ^{внешнему} ~~углу~~ ^{углу} ~~при вершине~~ ^{при вершине}) и $\triangle MCD$ - равнобедр. \uparrow
 $\angle A = 180^\circ - 131^\circ = 49^\circ$ (внеш. угол) \uparrow
 $\angle ABM = \angle A = 49^\circ$ (приб. в равноб. \triangle при основании) \uparrow
 $\angle MBC = 29^\circ - 49^\circ = 45^\circ$ \uparrow
 $\angle MCB = \angle MBC = 45^\circ$ (внеш. угол) \uparrow
 $\angle MCD = \angle D = 86^\circ$ (внеш. угол) \uparrow
 $\angle BMC = 180^\circ - 45^\circ - 95^\circ = 90^\circ$
 $9^2 = x^2 + x^2$ $\triangle ABC$ - прямоугольный $\Rightarrow 9^2 = x^2 + x^2 =$
 $2x^2 = 9$
 $x^2 = 4,5$
 $x = \sqrt{4,5}$
 (по ~~теореме~~ ^{теореме} ~~Пифагора~~ ^{Пифагора})

Задача, к сожалению, не доведена до конца. Вычислена длина отрезка AM, а не искомого AD.
 Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАНИЕ № 25 (ПРИМЕР 36)



№ 25.

Дано: $ABCD$ - выпукл. четырехугол.; $\angle B = 94^\circ$;
 $\angle C = 137^\circ$;
 M - середина AD ; M равноудалена от всех
 вершин четырехугол.; $\angle B = 94^\circ$; $\angle C = 137^\circ$.

Найти: AD - ?

Решение:

M равноудалена от всех ^{вершин} сторон $ABCD \Rightarrow AM = MD = BM = CM \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle AMB$ - р.б. ($AM = BM$); $\triangle BMC$ - р.б. ($BM = CM$); $\triangle CMD$ - р.б. ($CM = MD$).

M равноудалена от всех вершин $ABCD \Rightarrow$ около $ABCD$ можно описать
 окружность с центром в $M \Rightarrow \angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$ (т.о.
 вписанный выпукл. четырехугольник в окружность).

~~$\angle DAM =$~~

~~$\angle DAB + \angle BCD = 180^\circ \Rightarrow \angle DAB = 180^\circ - \angle BCD = 180^\circ - 137^\circ = 43^\circ$~~

~~$\angle DAB = \angle ABM$ ($\triangle ABM$ - р.б.) $\Rightarrow \angle ABM = 43^\circ$~~

~~$\angle ABC = \angle ABM + \angle MBC \Rightarrow \angle MBC = \angle ABC - \angle ABM = 94^\circ - 43^\circ$~~

~~$\angle ADC + \angle ABC = 180^\circ \Rightarrow \angle ADC = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 94^\circ = 86^\circ$~~

~~$\angle BCD = \angle BCM + \angle MCD \Rightarrow \angle MCB = \angle BCD - \angle MCD = 137^\circ - 86^\circ = 45^\circ$~~

~~$\angle MCB = \angle MBC = 45^\circ$ ($\triangle MBC$ - р.б.)~~

~~$\angle BCM + \angle CMB + \angle MBC = 180^\circ$ (т.о. обшая точка)~~

~~$\angle BMC = 180^\circ - \angle MCB - \angle MBC = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$~~

~~$\Rightarrow \triangle MCB$ - равнобедренный ($\angle BMC = 90^\circ$)~~

$\triangle MBC$

$$BC^2 = MB^2 + MC^2 \quad (\text{т. Пифагора}) \Rightarrow BC^2 = MC^2 + MC^2 \quad (MB = MC) \Rightarrow BC^2 = 2MC^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow MC = \sqrt{\frac{BC^2}{2}} = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$AM = MD = MC = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$AD = AM + MD = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

Ответ: $AD = 3\sqrt{2}$

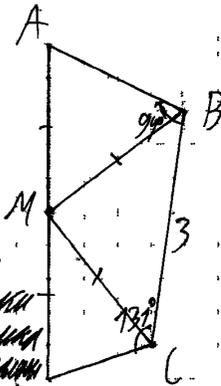
Верное решение, все шаги выполнены, получен верный ответ.

Оценка эксперта: 2 балла.

ЗАДАНИЕ № 25 (ПРИМЕР 37)

25.

Дано:
 Найти:
 AD.



Решение:
 $MA = MD = MB = MC = x \Rightarrow AD = 2x$
 Поскольку все точки
 принадлежат окружности
 AD - ABCD равнобедренный
 от M, то этот
 четырехугольник - вписанный \Rightarrow сумма противоположных углов = 180°

$\angle D = 780$
 $180^\circ = \angle D + \angle B \Rightarrow \angle D = 180^\circ - \angle B = 180 - 94 = 86^\circ$ Так как $\triangle MDL$ - равнобедренный,

$\angle D = \angle DCM = 86^\circ \Rightarrow \angle M = 180^\circ - 2 \cdot \angle DCM = 8^\circ$
 $\angle DCB = \angle DCM + \angle MCB \Rightarrow \angle MCB = \angle DCB - \angle DCM = 131^\circ - 86^\circ = 45^\circ \Rightarrow$
 $\angle MBC = 45^\circ$ ($\triangle LMB$ - равнобедренный) $\Rightarrow \angle BMC = 180^\circ - \angle MCB - \angle MBC =$
 $= 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ \Rightarrow \triangle MBC$ - прямоугольный.

$MB = x = BC \cdot \sin \angle MCB = 3 \cdot \sin 45^\circ = \frac{3}{2}\sqrt{2} = 1,5\sqrt{2}$

$AD = 2x = 2 \cdot 1,5\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

Ответ: $3\sqrt{2}$

Верное решение, все шаги выполнены, получен верный ответ.

Оценка эксперта: 2 балла.

3.2.3. Анализ метапредметных результатов обучения, повлиявших на выполнение заданий КИМ

Проанализируем результаты выполнения девятиклассниками тех заданий ОГЭ, правильность решения которых обусловлена наличием у экзаменуемых не только предметных умений, но и метапредметных умений.

В первую очередь обратимся к заданиям №№1-5 ОГЭ, которые относятся к одному гипертексту.

Задания 1. С данным заданием справилось **88,3%** участников экзамена.

Ошибки в выполнении свидетельствуют о трудностях в оперировании знаково-символическими средствами. В процессе анализа задачи ученик делает начальные предположения, подтверждая или опровергая их, в процессе появления новых данных в процессе смыслового чтения условия задачи.

Задания 2. С данным заданием справилось **79,3%** участников экзамена.

Для решения задания №2 учащимся требовалось использовать результаты полученные в процессе выполнения задания 1, найти нужный путь движения по рисунку, а затем отыскать необходимое расстояние. Затруднение, с которым столкнулись некоторые девятиклассники, скорее всего, состояло в том, что обучающиеся были невнимательны в процессе соотнесения текстовых данных задания 1 и 2 со схемой.

Задания 3. С данным заданием справилось **75,3%** участников экзамена.

Ошибки в выполнении его свидетельствуют о том, что школьники либо не смогли построить простейшую геометрическую модель и исследовать ее, либо из-за неполного перебора данных условия задания.

Тем не менее, процент выполнения задания 1-3 указывает на то, что у большинства девятиклассников сформированы: умение анализировать текст задачи и понимать его, умение соотносить текстовую и графическую информации, используемые в простейших практических ситуациях, и делать соответствующие выводы. Что свидетельствует о **достаточном уровне** сформированности следующих универсальных учебных действий:

выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, изменившихся ситуаций, установленных ошибок, возникших трудностей;

выявлять причинно-следственные связи при изучении явлений и процессов.

Задания 4. С данным заданием справилось **61,3%** участников экзамена.

Анализ предыдущих заданий указал, что более 75 % школьников имеют верное понимание конструкции, представленной в задаче, поэтому ошибки обусловлены несформированностью предметных умений.

Задания 5. С данным заданием справилось **81,7%** участников экзамена.

Неправильные ответы были получены в результате недостаточно организованного перебора или арифметических ошибок.

Тем не менее, процент выполнения задания указывает на то, что у большинства девятиклассников сформированы: *умение анализировать текст задачи и понимать его, умение соотносить текстовую и табличную информации, используемые в простейших практических ситуациях, и делать соответствующие выводы.* Что свидетельствует **о достаточном уровне** сформированности следующих универсальных учебных действий:

выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

выявлять причинно-следственные связи при изучении явлений и процессов.

Далее проанализируем задания следующее за пятым, процент выполнения которых менее 75% и *типичные ошибки при выполнении которых, обусловленные слабой сформированностью метапредметных умений.*

Задания 16. С данным заданием справилось **63,4%** участников экзамена. Это геометрическое задание базового уровня, на применение теоремы о вписанном угле. Тем не менее оно оказалось сложной. Школьники не распознали вписанный и центральный угол, и как следствие не выделили ситуацию применения этой теоремы.

Ошибки, допущенные при решении задачи, указывают **на низкий уровень** сформированности у выпускников, не справившихся с решением данной задачи, следующего универсального учебного действия: *выявлять и характеризовать существенные признаки объектов (явлений)*.

Задания 17. С данным заданием справилось **68,0%** участников экзамена. Это геометрическое задание на применение теоремы о площади параллелограмма с избыточными данными. Самый распространённый неправильный ответ 120 (7,4%), это 4 площади прямоугольного треугольника, образованного смежными сторонами и высотой параллелограмма. Школьники верно распознали в конструкции, представленной в задаче прямоугольник и известные величины, позволяющие вычислить его площадь, далее их рассуждение было не верно. Однако они не смогли распознать базовую конструкцию в контексте условия задачи, отбросив лишние условия.

Ошибки, допущенные при решении задачи, указывают **на низкий уровень** сформированности у выпускников, не справившихся с решением данной задачи, следующего универсального учебного действия:

применять различные методы, инструменты и запросы при поиске и отборе информации или данных из источников с учётом предложенной учебной задачи и заданных критериев.

Низкий процент выполнения заданий второй части ОГЭ указывает на не готовности большинства обучающихся к самостоятельному поиску методов решения задач, умений устанавливать причинно-следственные связи, строить логические рассуждения, умозаключения и делать выводы; создавать, применять и преобразовывать модели и схемы для решения учебных и познавательных задач; связно и логично излагать свое решение в письменном виде, доказывать и обосновывать его основные шаги. Что констатирует низкий уровень сформированности следующих универсальных учебных действий:

делать выводы с использованием дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии, формулировать гипотезы о взаимосвязях

самостоятельно выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев)

составлять план действий (план реализации намеченного алгоритма решения), корректировать предложенный алгоритм с учётом получения новых знаний об изучаемом объекте.

3.2.4. Выводы об итогах анализа выполнения заданий, групп заданий

Успешно усвоенные и недостаточно усвоенные элементы содержания (для всех групп в целом)

На базовом уровне можно считать сформированными такие элементы содержания как «Статистика и теория вероятностей» (представлено в двух заданиях базового уровня: № 1 и № 10), «Координаты на прямой и плоскости» (№ 7, № 11), «Числа и вычисления» (№ 1-6, № 8).

Недостаточно данных для выводов относительно раздела «Числовые последовательности», которому соответствует только одно задание.

Недостаточно сформированы разделы:

«Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства», «Функции и графики», «Геометрия».

Сделанные замечания и представленные статистические данные показывают, что о сформированности разделов на повышенном и тем более высоком уровнях говорить нельзя.

Успешно и недостаточно освоенные умения, навыки, виды познавательной деятельности (для всех групп в целом)

Успешно усвоенными умениями на базовом уровне можно считать:

- *Умение выполнять вычисления и преобразования*
- *Умение работать со статистической информацией*
- *Умение анализировать практико-ориентированную информацию, представленную в различных формах (графическая форма, табличная форма, текстовая форма и др.) и не требующую для обработки математических методов, выходящих за рамки арифметических действий*

Недостаточно усвоенные умения на базовом уровне:

- Умение строить и читать графики функций
- Умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами
- Умение строить и исследовать математические модели, требующие применения алгебраических и геометрических структур и их свойств
- Умение строить последовательные дедуктивные рассуждения, связно и логически обоснованно излагать решение
- Умение осуществлять поиск решения, выдвигая гипотезы, основанные на индуктивных предположениях и аналогиях, анализе логических и математических связей между объектами задачи
- Умение осуществлять планирование в выполнении задания и самоконтроль при выполнении его этапов

Сформированные элементы содержания и умения (по подгруппам)

- Для группы школьников, получивших «2» (15,1% от общего числа участников), нельзя выделить сформированные умения и элементы содержания.
- Для группы школьников, получивших «3» (21,3%), можно считать сформированными указанные умения и элементы содержания на базовом уровне, которые выделены для всех участников в целом.
- Для группы школьников, получивших «4» (57,6%), все основные элементы содержания и умения сформированы на базовом уровне.
- Для группы школьников, получивших «5» (6%), все основные элементы содержания и умения сформированы на базовом уровне, на повышенном уровне сформирован раздел «Уравнения и неравенства». Раздел «Геометрия» нельзя считать сформированным на повышенном уровне (33,1% выполнения задания № 24, 5,7% выполнения задания № 25). Особо отметим проблемы в сформированности умения «Проводить доказательные рассуждения в решении математических задач», что нашло отражение не только в решении задания № 24 на геометрическое доказательство, но и в решении других заданий с развернутым ответом геометрических и алгебраических.

Выводы о вероятных причинах затруднений и типичных ошибок обучающихся Иркутской области

- Незнание фактического математического материала (понятий, определений, утверждений) или неумение его применить в конкретной задачной ситуации.
- Низкий уровень сформированности вычислительной культуры.
- Недостаточная культура тождественных преобразований выражений, решения уравнений и неравенств.
- Слабая культура развития функциональных представлений и понятий.

Обучающиеся имеют малую практику по изложению своих рассуждений, особенно в письменной форме. Это проявляется в низком уровне сформированности познавательного умения «Проводить доказательные рассуждения в решении математических задач». Ряд типичных ошибок, допускаемых участниками экзамена в выполнении заданий и первой, и второй части, связан с обозначенной проблемой. Например, применение наобум выполненных неэквивалентных преобразований уравнений (см. примеры к заданию 20). Многие школьники не задумываются над вопросом, почему от одного уравнения мы переходим к совокупности других уравнений. Особенно ярко несформированность умения описать процесс своих рассуждений проявляется в решении геометрических задач, где мы часто видим обрывочные рассуждения, неверные ссылки на теоремы и т.д. (см. примеры к заданиям 23, 24). Задача на доказательство довольно элементарного факта была выполнена 2,6% участников экзамена.

- Устойчивая привычка решения в основном типовых задач, которая нередко приводит к отказу от решения задач с нестандартной, непривычной формулировкой.

Эта проблема объясняет небольшие скачки в ту или иную сторону при выполнении, в частности, заданий первой части. Более высокий уровень выполнения имеют задания, обладающие четким и технически несложным алгоритмом решения. Пример таких скачков для процента выполнимости задания №9 представлен в пункте 3.1. Так

решение линейного уравнения, требующего эквивалентных преобразований, решили меньший процент детей в 2023 году, а представление квадратного уравнения в канонической форме привел к повышению процента выполнения этого задания в 2024 году. Значит, умение решать алгебраические уравнения нельзя считать достаточно сформированным. Наблюдаем ту же проблему, рассматривая умение строить и исследовать графики функций. Задание №11 выполняют 75% школьников, а соответствующее задание №22 меньше 3% участников экзамена.

- Низкие проценты выполнения геометрических заданий свидетельствуют о проблемах в школьном геометрическом образовании. Это связано и с недостаточным вниманием наглядности геометрических объектов. Задание на вычисление площади фигуры на клетчатой бумаге имеет процент выполнения 80,2 %. Значит, у 18,8% обучающихся не сформировано понятие «площадь», хотя здесь рассматривается простейший случай – площадь считается подсчетом квадратных единиц - «клеток».

Другая проблема – аксиоматическая природа геометрической теории трудно понимается школьниками. Не хватает уже указанных нами выше навыков работы с дедуктивными рассуждениями. Считаем, что обучать математическому доказательству надо начинать не с 7 класса на уроках геометрии, а намного раньше в алгебраических, арифметических, логических и комбинаторных задачах.

Раздел 4. Рекомендации для системы образования по совершенствованию методики преподавания учебного предмета

4.1. По совершенствованию преподавания учебного предмета всем обучающимся

○ *Учителям*

Анализ результатов ОГЭ 2024 по математике позволяет сформулировать рекомендации, прежде всего, для учителей с целью улучшения качества математической подготовки школьников в Иркутской области:

Уделять особое внимание методике формирования понятия с позиции системно-деятельностного подхода. Организовывать деятельность по формированию действий адекватных содержанию формируемого понятия, выбирая прямой путь управления деятельностью школьников, как логических, так и специальных математических. Т.е., в явном виде представлять алгоритм действия, конструировать систему задач, отражающую полноту возможных ситуаций применения понятия и т.п. Учителям необходимо выделить время в рамках урочной или внеурочной деятельности по формированию логических УУД, чаще всего входящих в группу действий адекватных содержанию понятия, таких как действие распознавания, действие выведение следствия из факта принадлежности объекта к объему понятия, действие приведение примеров и контрпримеров, действие классификации. Обучение данным понятиям должно осуществляться уже в 5-6 классах. Они должны стать основой понимающего усвоения материала, а также средством текущего контроля, позволяющего выделить проблемные зоны в усвоении содержания обучения. Так, например, учитель может предложить школьникам составить примеры и контрпримеры к изучаемому понятию, на основе выделенных существенных признаков и выделенной связи между ними. Анализ учителем представленных детьми объектов позволяет выявить неверное понимание школьником материала и своевременно оказать адресную помощь.

Необходимо регулярно проводить устный счёт, целью которого является формирования вычислительной культуры школьников. Устный счёт будет эффективным обучающим средством, если он способствует многократному повторению важных мыслительных действий и распознаванию базовых математических конфигураций. Известно, что

навыки устного счёта развивают чувство числа, помогают увидеть путь решения задачи, провести прикидку и оценку результатов вычисления.

В организации устных вычислений большую помощь может оказать следующие пособия:

«Формирование вычислительных навыков на уроках математики. 5-9 классы» (авторы: Хлевнюк Н.Н., Иванова М.В., Иващенко В.Г., Мелкова Н.С.)

«Формирование вычислительных навыков на уроках математики. 10-11 классы» (авторы: Хлевнюк Н.Н., Иванова М.В.)

В пособиях представлен полный пакет контролирующих тестов для проверки умений и навыков оперирования числами, выражениями, уравнениями, неравенствами и функциями, на основе определений, правил и свойств, включает контроль, диагностику, тренинг и материалы для коррекции, что позволит организовать системную работы по выделенному компоненту математического образования как со стороны учителя, так и со стороны администрации школы. Уровневый характер содержания тестов позволит организовать деятельность на различных этапах образовательного процесса для учащихся с разным уровнем подготовки.

Так же рекомендуем к использованию в процессе разработки уроков следующие пособия:

«Устные вычисления и быстрый счёт. Тренировочные упражнения за курс 7-11 классов» под редакцией Лысенко Ф.Ф., Кулабухова С.Ю.;

Перельман, Я. «Быстрый счёт. Тридцать простых приёмов устного счёта»;

Рачинский, С.А. «1001 задача для умственного счёта в школе» и др.

Для формирования и развития умений обучающихся выполнять тождественные преобразования, решать уравнения и неравенства учителю целесообразно наряду с типичными заданиями включать в учебный процесс такие задания, которые стимулировали бы узнавание изучаемых конструкций, применение правил, алгоритмов в разнообразных ситуациях. Количество заданий должно быть достаточным, чтобы у каждого учащегося сформировался опыт решения. Однако серия задач, являющаяся средством изучения определенного типа задач или математического метода их решения не должна состоять из однотипных задач. Базовые задачи должны быть основой этой серии, на которые опираются задачи, представленные в неявном виде, отличным от предыдущего. При изучении

каждого следующего класса задач включать серию заданий, преобразование которых сводится к изученным. Обращаем внимание на целесообразность формирования у учащихся 8 класса умения решать квадратные уравнения устно через теорему Виета, использование вариаций коэффициентов. Также необходимо увеличивать уровень сложности решаемых уравнений. Необходимо целенаправленно формировать математические методы их решения: метод равносильных переходов, метод замены, метод разложения на множители и функционально-графический. Последний из них позволяет организовать работу в рамках функциональной содержательно-методической линии, позволит показать возможность аппарата функции для работы с математическими моделями. В рамках обучения учителю необходимо иллюстрировать такой метод самоконтроля, как проверка на частных случаях. Это умение может помочь учащимся обнаружить неверно найденные значения переменной и продумать другой, возможно правильный, вариант решения. У обучающихся должен быть сформирован такой опыт работы. В итоге, это, позволит добиться от учащихся уверенного владения аппаратом тождественных преобразований, решения уравнений, неравенств и их систем и совокупностей.

В 5-6 классах учителю необходимо выделить время на обучения обобщенным приемам работы над задачей. Организовать обучение арифметическим методам решения сюжетных задач.

Для преодоления затруднений, возникающих у девятиклассников при выполнении задания №22, учителю важно в ходе работы с функциональной линией максимально использовать графическое представление функций, подкрепляя все определения понятий и формулировки свойств графическими примерами. Большую роль в формировании графической культуры обучающихся играют средства ИКТ, привлечение которых позволит не только визуально иллюстрировать процессы различных функциональных зависимостей, но и организовать решение задач функциональным методом, исследовательских задач с параметрами, а также самопроверку и самоконтроль осуществляемых действий. Методически грамотное использование средств ИКТ позволит экономить время на уроке, создавать условия для формирования и развития представлений, относящихся к функциональной линии. Позволяет в динамике проиллюстрировать процесс определения того, при каких значениях прямая, заданная параметрически, имеет конкретное количество точек и т.п. Необходимо учить школьников записывать все этапы построения того или иного графика функции.

Задания типа №22 (ОГЭ) лучше всего рассматривать не со всеми обучающимися, а с наиболее подготовленными школьниками, что, несомненно, позволит повысить уровень математической подготовки учащихся, желающих изучать математику в 10-11 классах на профильном уровне и обеспечить благоприятные условия для продолжения образования в старшей школе.

Уделять особое внимание систематическому изучению курса геометрии. Необходимо обратить внимание на:

- построение геометрических чертежей, т.к. правильно построенный чертеж является залогом успешного решения задачи, а искажение геометрической конфигурации – серьезная проблема, которая будет мешать в поиске решения задачи;

- методики формирования понятия и работе с теоремой;

- методам поиска решения задач;

- доказательство утверждений, т.е. формирование умений аргументированно обосновывать каждый шаг со ссылками на соответствующие теоремы, определения и т.п., а также запись доказательства. Причем в 7-8 классах оформления процесса решения геометрической задачи, особенно у школьников с низким уровнем математической подготовки, необходимо осуществлять по схеме утверждение – обоснование, позволяющей акцентировать внимание учащихся на необходимость обоснования каждого шага решения и понимания процесса установления причинно–следственных связей.

Эффективным средством обучения решению геометрических задач служит использование в учебном процессе задач по готовым чертежам. Учителю полезно для организации работы учащихся с задачами на готовых чертежах использовать пособие «Геометрия. Задачи на готовых чертежах», автор - Балаян Э.Н.

Представление задач в такой форме позволяет повторить и овладеть значительным объёмом материала за минимальный промежуток времени; учат грамотному рассуждению, нахождению в чертежах общего и отличительного, сопоставлению и противопоставлению, формулированию правильных выводов; повышают творческую активность учащихся; развивают логическое мышление. Но этот тип представления задач, не должен исключать задачи, представленные в словесной форме, так как приведет к проблеме несформированности умения построение геометрических чертежей. Отбор задач определяется дидактической целью урока.

С целью формирования самостоятельности, ответственности, действий самоконтроля и самооценки у школьников учитель должен включать в процесс обучения задачи с неопределенностью в условии, задачи с избыточными данными, провокационные задачи, представлять готовые решения как верные, так и содержащие ошибку для обсуждения школьникам и осуществления оценки верности решения, с указанием приемов самоконтроля.

Целесообразно использовать средства ИКТ, привлечение которых позволит визуально иллюстрировать изменения геометрических конструкции от изменения параметров их характеристик .

Учитывая разный уровень математической подготовки обучающихся, их интересы, а также необходимость создания равных стартовых возможностей для изучения математики, полезно в учебном процессе использовать технологию уровневой дифференциации.

Задания типа №22 и №24 (ОГЭ) лучше всего рассматривать не со всеми обучающимися, а с наиболее подготовленными школьниками, что, несомненно, позволит повысить уровень математической подготовки учащихся, желающих изучать математику в 10-11 классах на профильном уровне и обеспечить благоприятные условия для продолжения образования в старшей школе.

○ *ИПК / ИРО, иным организациям, реализующим программы профессионального развития учителей*

Провести анализ результатов ОГЭ-2024 по математике в разрезе каждой школы муниципалитета, а также внутренних и внешних причин достижения выпускниками высоких и низких образовательных результатов в образовательных организациях (при наличии).

На основе проблем, выявленных в ходе анализа ОГЭ 2024 по математике, внести коррективы в содержание дополнительных профессиональных программ профессиональной переподготовки, повышения квалификации, в план мероприятий в целях научно-методического сопровождения учителей математики в 2024-2025 учебном году.

Информировать учителей математики, стимулировать и вести учёт их включения в мероприятия методической поддержки изучения учебного предмета «Математика» в 2024-2025 уч.г. на региональном, муниципальном и др. уровнях.

4.2...по организации дифференцированного обучения школьников с разными уровнями предметной подготовки

○ *Учителям*

Исходя из обнаруженных на основе анализа результатов ОГЭ-2024 проблем в математической подготовке девятиклассников в условиях дифференцирования работы с разными группами школьников рекомендуется:

– при работе с обучающимися, имеющими низкий уровень подготовки (группа «2»), в первую очередь, необходимо обратить внимание на отработку основных арифметических, алгебраических и геометрических понятий, базовых навыков счета, выполнения алгебраических преобразований, формирование умений решать простейшие геометрические задачи, формирование и развитие умений читать и понимать учебный математический текст, работать с информацией, представленной в различных формах. Особое внимание уделять формированию базовых логических универсальных умений, таких как действие распознавания, действие выведение следствия из факта принадлежности объекта к объему понятия, действие приведение примеров и контрпримеров, действие классификации.

Для включения обучающихся с недостаточной математической подготовкой в учебную деятельность учителю полезно разрабатывать и предлагать им инструктивный материал, который включает достаточно подробные алгоритмы решения того или иного задания, и типовые ситуации применения данного алгоритма;

– при работе с обучающимися, имеющими средний уровень подготовки (группа «3»), нужно учитывать все рекомендации, представленные в предыдущей группе, только при этом создавать условия, чтобы от решения стандартных алгоритмических задач учащиеся переходили к решению задач похожего содержания, но иной формулировки и применению уже сформированных навыков в новой ситуации. С целью включения каждого школьника в учебную деятельность педагогу полезно разрабатывать и предлагать консультативный материал, включающий вспомогательный материал для решения того или иного задания (например, материал может включать наводящие вопросы или формулировки теорем, формулы, на основании которых выполняется задание, и др.);

– при работе с обучающимися, имеющими уровень математической подготовки выше среднего (группа «4»), необходимо обратить внимание на более глубокое освоение понятийного аппарата, развитие технических навыков выполнения алгебраических преобразований, решения уравнений и неравенств; на решение практико-

ориентированных заданий с реальными бытовыми ситуациями; заданий, требующих представления данных в виде таблиц, диаграмм, графиков; задач и заданий на развитие логического мышления, а также на решение геометрических задач различного уровня сложности. Одним словом, для учащихся этой группы полезно предлагать задания, которые не решаются непосредственным применением правил, алгоритмов, схем и ориентированы на рассуждения, построенные в логике «от искомого к условию», требующие предварительного преобразования, приводящего их к более простому, стандартному, известному виду. Зачастую такие задания содержат ловушки, противоречия, недостаточные, лишние данные и т.п. Инструктивный материал для этой группы учащихся предлагается эпизодически;

– при работе с обучающимися, имеющими высокий уровень математической подготовки (группа «5»), нужно учитывать все рекомендации, представленные в предыдущей группе, но при этом больше внимания уделять развитию умений поиска рационально способа решения задачи, использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, строить и исследовать математические модели; а также уделять внимание решению задач, включающих в себя знания из разных тем курса алгебры (параметры, уравнения и неравенства с модулем, иррациональные уравнения и неравенства и т.д.); решению заданий на построение и чтение графиков функций, включая композиции различных функций, кусочные функции и др.; решению планиметрических задач, в которых требуется применение различных знаний курса геометрии и приёмов решения задач; включать в учебный процесс работу с заданиями, требующими логических рассуждений, обоснований, доказательств математических утверждений и их оценки; и т.п.

Необходимо также этой группе ребят вкупе с группой «4» обеспечить возможность освоения дополнительного теоретического материала в рамках элективных курсов, факультативов по математике. Включать в рамках данных занятий уроки одной задачи, позволяющие устанавливать различного рода связи в учебном материале.

Изучение учителем индивидуальных и личностных особенностей обучающихся должно стать обязательным условием организации дифференцированного обучения на уроках математики.

○ *Администрациям образовательных организаций*

Содействовать, включая административный ресурс, реализации дифференцированного обучения в школьной практике для обеспечения базовой математической подготовки и удовлетворения потребностей каждого, проявляющего особый интерес и способности к математике, в том числе при разработке учебного плана.

Способствовать и вести учёт включения учителей математики образовательной организации в работу по повышению квалификации по выделенным проблемным зонам.

Обеспечить закрепление наставников за учителями, обучающиеся которых показали низкие результаты ОГЭ 2024 по математике.

Находить пути решения кадрового вопроса учителей математики, способствующих не перегрузке педагогов, не профессиональному их выгоранию, а возможности профессионального самосовершенствования и, в итоге, повышению качества обучения математике школьников.

○ *ИПК / ИРО, иным организациям, реализующим программы профессионального развития учителей*

Организовать методическую поддержку образовательным организациям, имеющих низкие образовательные результаты обучающихся.

Информировать, содействовать и вести учёт учителей математики по их включению в федеральные, областные, муниципальные мероприятия методической поддержки изучения математики в 2024-2025 уч. г.