

Министерство образования Иркутской области
Государственное автономное учреждение
дополнительного профессионального образования Иркутской области
«Институт развития образования Иркутской области»

**Результаты государственной итоговой аттестации
в форме основного государственного экзамена
по математике в Иркутской области в 2019 году**

Методические рекомендации

Иркутск, 2019

УДК 371.279
ББК 74.202.83

Рецензент: Фалалеев М. В., доктор физико-математических наук, профессор, директор ИМЭИ ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет»

Гаер М. А., Лапшина Е. С., Марков С. Н.,

Результаты государственной итоговой аттестации в форме основного государственного экзамена по математике в Иркутской области в 2019 году. Методические рекомендации / Гаер М. А., канд. техн. наук, Лапшина Е. С., канд. физ.-мат. наук, доцент; Марков С. Н., канд. физ.-мат. наук, доцент. Иркутск: Изд-во ГАУ ДПО ИРО, 2019. 38 с.

В методических рекомендациях представлены статистические данные о результатах ОГЭ в Иркутской области. Проведен методический анализ результатов ОГЭ по учебному предмету и анализ типичных затруднений выпускников региона при выполнении заданий ОГЭ. Даны рекомендации по повышению качества образования по предмету.

Методические рекомендации предназначены для работников системы образования: специалистов органов управления образованием, специалистов организаций дополнительного профессионального образования, руководителей образовательных организаций и организаций среднего профессионального образования, учителей – предметников. Могут быть интересны обучающимся, их родителям, представителям широкой общественности.

Статистические данные представлены региональным центром обработки информации (комплекс программ РИС ГИА-9).

УДК 371.279
ББК 74.202.83

© М. А. Гаер
© Е. С. Лапшина
© С. Н. Марков
© ГАУ ДПО ИРО, 2019

СОДЕРЖАНИЕ

I. УЧАСТНИКИ ОГЭ ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ	4
II. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОГЭ ПО ПРЕДМЕТУ	5
2.1. Динамика результатов ОГЭ по предмету за 3 года	5
2.2. Результаты ОГЭ по АТЕ	5
2.3. Результаты по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки с учетом типа ОО.....	7
2.4. Перечень ОО, продемонстрировавших высокие результаты ОГЭ по предмету.....	8
2.5. Перечень ОО, продемонстрировавших низкие результаты ОГЭ по предмету.....	10
III. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ИЛИ ГРУПП ЗАДАНИЙ ПО ПРЕДМЕТУ	14
3.1. Краткая характеристика КИМ по предмету.....	14
3.2. Статистический анализ выполняемости заданий и групп заданий открытого варианта КИМ ОГЭ.....	15
3.3. Содержательный анализ выполнения заданий КИМ ОГЭ	18
3.4. Выводы по разделу	33
IV. РЕКОМЕНДАЦИИ.....	35
V. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА	38

I. УЧАСТНИКИ ОГЭ ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ

Таблица 1

Участники ОГЭ	2017 г.		2018 г.		2019 г.	
	чел.	%	чел.	%	чел.	%
Выпускники текущего года, обучавшиеся по программам ООО	23 665	99,8	24 956	99,3	25 758	99,5
Выпускники лицеев и гимназий	2 801	11,8	2 702	10,83	2 805	10,89
Выпускники СОШ	19 896	83,9	21 318	84,8	22 071	85,3
Выпускники ООШ	657	2,7	788	3,1	669	2,6
Обучающиеся на дому	14	0,1	15	0,1	16	0,1
Участники с ограниченными возможностями здоровья	156	0,7	169	0,7	175	0,7

Количество выпускников текущего 2019 года, принявших участие в ОГЭ по математике, увеличилось с 2017 года на 2 093 человека, при этом распределение по выделенным в таблице 1 категориям в процентном соотношении практически не изменилось.

II. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОГЭ ПО ПРЕДМЕТУ

2.1. Динамика результатов ОГЭ по предмету за 3 года

Таблица 2

Отметки	2017 г.		2018 г.		2019 г.	
	чел.	%	чел.	%	чел.	%
Получили «2»	2 727	11,5	2 170	8,6	2 314	8,9
Получили «3»	9 562	40,3	12 002	47,8	11 229	43,4
Получили «4»	8 946	37,7	8 568	34,1	10 167	39,3
Получили «5»	2 481	10,5	2 389	9,5	2 189	8,5

2.2. Результаты ОГЭ по АТЕ

Таблица 3

№	АТЕ	Всего участников	Участников с ОВЗ	«2»		«3»		«4»		«5»	
				чел.	%	чел.	%	чел.	%	чел.	%
1	Ангарский ГО	2438	5	237	9,7	982	40,3	964	39,5	255	10,5
2	Зиминское городское МО	332	0	31	9,3	139	41,9	148	44,6	14	4,22
3	Зиминское районное МО	156	0	8	5,1	105	67,3	40	25,6	3	1,92
4	МО город Иркутск	6527	57	130	1,9	2207	33,8	3258	49,9	932	14,3
5	Иркутское районное МО	1070	1	2	0,2	518	48,4	485	45,3	65	6,1
6	МО Аларский район	243	0	20	8,2	126	51,9	83	34,2	14	5,8
7	МО Балаганский район	109	0	8	7,3	69	63,3	28	25,7	4	3,7
8	МО Баяндаевский район	111	0	10	9,0	53	47,8	37	33,3	11	9,9
9	МО Боханский район	316	1	40	12,7	173	54,8	95	30,1	8	2,5
10	МО Братский район	593	0	78	13,2	335	56,5	161	27,2	19	3,2
11	МО город Саянск	352	0	15	4,3	156	44,3	149	42,3	32	9,1
12	МО город Свирск	167	0	23	13,8	91	54,5	53	31,7	0	0
13	МО город Тулун	491	1	81	16,5	169	34,4	210	42,8	31	6,3
14	МО город Усолье-	874	1	20	2,3	470	53,8	333	38,1	51	5,8

№	АТЕ	Всего участников	Участников с ОВЗ	«2»		«3»		«4»		«5»	
				чел.	%	чел.	%	чел.	%	чел.	%
	Сибирское										
15	МО город Усть-Илимск	846	3	114	13,5	323	38,2	346	40,9	63	7,5
16	МО город Черемхово	449	0	22	4,9	199	44,3	190	42,3	38	8,5
17	МО города Бодайбо и района	237	0	26	11,0	119	50,2	84	35,4	8	3,4
18	МО города Братска	2311	25	453	19,6	871	37,7	782	33,8	205	8,9
19	МО Жигаловский район	120	0	27	22,5	42	35,0	41	34,2	10	8,3
20	МО Заларинский район	350	1	63	18,0	195	55,7	84	24,0	8	2,3
21	МО Казачинско-Ленский район	233	0	29	12,5	130	55,8	68	29,2	6	2,6
22	МО Катангский район	45	0	9	20,0	20	44,4	14	31,1	2	4,4
23	МО Качугский район	189	0	18	9,5	92	48,7	66	34,9	13	6,9
24	МО Киренский район	224	1	18	8,0	105	46,9	84	37,5	17	7,6
25	МО Куйтунский район	332	0	34	10,2	181	54,5	108	32,5	9	2,7
26	МО Мамско-Чуйский район	42	0	3	7,1	19	45,2	15	35,7	5	11,9
27	МО Нижнеилимский район	583	25	36	6,2	326	55,9	184	31,6	37	6,4
28	МО Нижнеудинский район	818	1	79	9,7	470	57,5	242	29,6	27	3,3
29	МО Нукутский район	178	1	31	17,4	88	49,4	50	28,1	9	5,1
30	МО Осинский район	260	1	53	20,4	103	39,6	84	32,3	20	7,7
31	МО Слюдянский район	436	1	61	14,0	200	45,9	159	36,5	16	3,7
32	МО Тайшетский район	818	18	47	5,8	420	51,3	303	37	48	5,9

№	АТЕ	Всего участников	Участников с ОВЗ	«2»		«3»		«4»		«5»	
				чел.	%	чел.	%	чел.	%	чел.	%
33	МО Тулунский район	261	0	87	33,3	110	42,2	60	23	4	1,5
34	МО Усть-Илимский район	140	1	33	23,6	74	52,9	29	20,7	4	2,9
35	МО Эхирит-Булагатский район	403	0	7	1,7	152	37,7	208	51,6	36	8,9
36	Ольхонское районное МО	118	0	19	16,1	45	38,1	44	37,3	10	8,5
37	Районное МО Усть-Удинский район	198	0	26	13,1	110	55,6	55	27,8	7	3,5
38	Усольское районное МО	466	24	43	9,2	240	51,5	163	35,0	20	4,3
39	Усть-Кутское МО	605	2	60	9,9	291	48,1	231	38,2	23	3,8
40	Черемховское районное МО	349	0	91	26,1	163	46,7	88	25,2	7	2,0
41	Чунское районное МО	404	3	62	15,4	227	56,2	96	23,8	19	4,7
42	МО Шелеховский район	705	2	60	8,51	321	45,5	245	34,8	79	11,2

2.3. Результаты по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки с учетом типа ОО

Таблица 4

№ п/п	Тип ОО	Доля участников, получивших отметку					
		"2"	"3"	"4"	"5"	"4" и "5" (качество обучения)	"3", "4" и "5" (уровень обученности)
1	СОШ	9,7	47,0	37,8	5,5	43,2	90,3
2	СОШ с УИОП	2,0	25,5	51,8	20,7	72,5	97,9
3	Гимназия	0,7	25,1	54,9	19,3	74,1	99,3
4	Лицей	1,06	13,9	48,3	36,8	85,0	98,9
5	ООШ	12,8	52,7	32,0	2,5	34,5	87,3
6	Основная общеобразовательная школа-интернат	0	50,0	42,3	7,7	50,0	100

№ п/п	Тип ОО	Доля участников, получивших отметку					
		"2"	"3"	"4"	"5"	"4" и "5" (качество обучения)	"3", "4" и "5" (уровень обученности)
7	Средняя общеобразовательная школа-интернат	9,4	34,1	49,4	7,1	56,5	90,6
8	Лицей-интернат	0	6,4	35,9	57,7	93,6	100
9	Кадетская школа-интернат	0	47,9	45,1	7,0	52,1	100
10	Школа-интернат для детей-сирот и детей, оставшихся без попечения родителей	12,5	75,0	12,5	0	12,5	87,5
11	Специальная (коррекционная) общеобразовательная школа	0	0	60,0	40,0	100	100
12	Специальная (коррекционная) школа-интернат	0	61,5	38,5	0	38,4	100
13	Вечерняя (сменная) общеобразовательная школа	42,3	39,7	16,7	1,3	17,9	57,7
14	Открытая (сменная) общеобразовательная школа	63,2	35,2	1,6	0	1,6	36,8
15	Центр образования	20,4	67,4	12,2	0	12,2	79,6

2.4. Перечень ОО, продемонстрировавших высокие результаты ОГЭ по предмету

Всего в ОГЭ по математике приняли участие 828 школ Иркутской области.

В таблице 5 представлен список образовательных организаций, у которых:

1) доля участников ОГЭ, получивших отметки «4» и «5», имеет максимальные значения, не ниже 70 %;

2) доля участников ОГЭ, получивших неудовлетворительную отметку, не превышает 2,5 %. При этом были выбраны образовательные организации, у которых количество участников в ОГЭ-2019 не меньше 45 человек.

Всего таких 40 образовательных организаций, что составляет 14 % от всех, участвовавших в ОГЭ в Иркутской области.

Таблица 5

№ п/п	Название ОО	Доля участников, получивших отметку «2»	Доля участников, получивших отметки «4» и «5» (качество обучения)	Доля участников, получивших отметки «3», «4» и «5» (уровень обученности)
1	МБОУ "Лицей № 1" (г. Братск)	0	98,2	100
2	МБОУ г. Иркутска Лицей № 3	0	97,7	100

№ п/п	Название ОО	Доля участников, получивших отметку «2»	Доля участников, получивших отметки «4» и «5» (качество обучения)	Доля участников, получивших отметки «3», «4» и «5» (уровень обученности)
3	МБОУ "Лицей № 2" (г. Братск)	1,2	96,3	98,7
4	МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска	0	95,2	100
5	МБОУ г. Иркутска СОШ № 65	0	94,2	100
6	МБОУ г. Иркутска лицей-интернат № 1	0	93,5	100
7	МБОУ г. Иркутска лицей № 2	0	92,9	100
8	МБОУ г. Иркутска гимназия № 3	0	92,2	100
9	МОУ Лицей г. Черемхово	0	91,4	100
10	МАОУ "Гимназия № 8" (г. Ангарск)	0	91,1	100
11	МБОУ "СОШ № 10" (г. Ангарск)	1,1	88,1	98,8
12	Лицей № 36 ОАО "РЖД" (г. Иркутск)	0	87,5	100
13	МАОУ "Ангарский лицей № 1"	0	87,1	100
14	МБОУ г. Иркутска СОШ № 34	0	86,0	100
15	МАОУ ЦО № 47 г. Иркутска	0	85,6	100
16	МАОУ города Иркутска гимназия № 2	0	83,4	100
17	МБОУ ШР "Шелеховский лицей"	2,2	83,2	97,8
18	МБОУ СОШ № 1 (г. Тулун)	0,9	83,1	99,0
19	МОУ "СОШ № 2" (г. Саянск)	0	80	100
20	МБОУ г. Иркутска СОШ № 72	1,4	79,7	98,5
21	МАОУ "СОШ № 27" (г. Ангарск)	1,4	79,4	98,5
22	МБОУ "Гимназия № 1" (г. Ангарск)	1,7	78,9	98,2
23	МБОУ г. Иркутска СОШ № 14	0	78,2	100
24	МБОУ г. Иркутска СОШ № 64	0	76,3	100
25	ЧОУ Школа-интернат № 23 ОАО РЖД (Слюдянский район)	0	76,0	100
26	МБОУ "Гимназия № 1" (г. Усолье-Сибирское)	2,0	75,0	97,9
27	МБОУ г. Иркутска СОШ № 11	0	74,7	100
28	МАОУ "Экспериментальный лицей "Научно-образовательный комплекс" (г. Усть-Илимск)	1,8	74,5	98,1
29	МБОУ г. Иркутска СОШ № 49	1,0	73,7	98,9
30	МБОУ г. Иркутска СОШ № 19	1,7	73,6	98,2
31	МБОУ г. Иркутска Лицей № 1	0	73,5	100
32	МОУ ИРМО "Пивоваровская СОШ"	0	72,8	100
33	МБОУ "Гимназия № 1 имени А. А. Иноземцева" (г. Братск)	0	72,7	100

№ п/п	Название ОО	Доля участников, получивших отметку «2»	Доля участников, получивших отметки «4» и «5» (качество обучения)	Доля участников, получивших отметки «3», «4» и «5» (уровень обученности)
34	МОУ Школа № 1 г. Черемхово	1,5	71,4	98,4
35	МБОУ г. Иркутска СОШ №1	0	71,4	100
36	МБОУ Гимназия № 44 г. Иркутска	1,4	71,2	98,5
37	МБОУ г. Иркутска СОШ № 23	0	70,9	100
38	МБОУ г. Иркутска СОШ № 40	0	70,8	100
39	МБОУ г. Иркутска СОШ № 30	0	70,2	100
40	МОУ Усть-Ордынская СОШ № 1	1,06	70,2	98,9

2.5. Перечень ОО, продемонстрировавших низкие результаты ОГЭ по предмету

В таблице 6 представлен список образовательных организаций, у которых:

1) доля участников ОГЭ, получивших отметку «2», имеет максимальные значения;

2) доля участников ЕГЭ, получивших отметки «4» и «5», имеет минимальные значения.

При этом были выбраны образовательные организации, у которых количество участников в ОГЭ-2019 не меньше 45 человек.

Таблица 6

№ п/п	Название ОО	Доля участников, получивших отметку «2»	Доля участников, получивших отметки «4» и «5» (качество обучения)	Доля участников, получивших отметки «3», «4» и «5» (уровень обученности)
1	МБОУ "О (С) ОШ" (г. Ангарск)	54,1	4,1	45,8
2	МБОУ "СОШ № 5" (г. Братск)	50,0	22,0	50,0
3	МБОУ "СОШ № 6" (г. Братск)	48,8	2,2	51,1
4	МАОУ "СОШ № 14" (г. Усть-Илимск)	44,6	16,9	55,3
5	МБОУ "СОШ № 1" (г. Усть-Илимск)	42,8	16,3	57,1
6	МБОУ "СОШ № 38" (г. Ангарск)	40,7	24,0	59,2
7	МБОУ "СОШ № 8" (г. Братск)	39,6	39,6	60,3
8	МБОУ "СОШ № 1" (г. Братск)	30,7	21,5	69,2
9	МБОУ "СОШ № 2" (г. Тулун)	29,0	41,9	70,9
10	МБОУ СОШ № 4 (г. Тулун)	26,0	32,6	73,9
11	МБОУ "СОШ № 20" (г. Ангарск)	25,0	19,6	75,0

№ п/п	Название ОО	Доля участников, получивших отметку «2»	Доля участников, получивших отметки «4» и «5» (качество обучения)	Доля участников, получивших отметки «3», «4» и «5» (уровень обученности)
12	МБОУ "Осинская СОШ № 2"	24,4	33,3	75,5
13	МБОУ Заларинская СОШ № 2	24,1	22,4	75,8
14	МБОУ "СОШ № 39 имени П. Н. Самусенко" (г. Братск)	23,7	36,2	76,2
15	МКОУ "СОШ № 3 г.Бодайбо"	23,7	28,8	76,2
16	МБОУ СОШ № 2 г. Слюдянки	22,4	36,7	77,5
17	МОУ "Магистральнинская СОШ № 2" (Казачинско-Ленский район)	22,2	28,5	77,7
18	МБОУ "СОШ № 17" (г. Усть-Илимск)	22,0	28,0	78,0
19	МБОУ "СОШ № 42" (г. Братск)	21,9	28,5	78,0
20	МБОУ "СОШ № 40" (г. Братск)	21,7	36,9	78,2
21	МБОУ "СОШ № 32" (г. Ангарск)	21,6	37,8	78,3
22	МБОУ "СОШ № 9 имени М. И. Баркова" (г. Братск)	20,9	44,1	79,0
23	МКОУ "Вихоревская СОШ № 2" (г. Братск)	20,7	29,7	79,2
24	МБОУ "СОШ № 6" (г. Тулун)	20,4	46,9	79,5
25	МБОУ г. Иркутска ЦО №10	20,4	12,2	79,5
26	МОУ "СОШ № 2 г. Свирска"	19,3	19,3	80,7
27	МБОУ "СОШ № 12 имени В. Г. Распутина" (г. Братск)	19,2	33,3	80,7
28	МБОУ "СОШ № 3" (г. Братск)	19,1	36,7	80,8
29	МОБУ СОШ № 4 р.п. Лесогорск (Чунское районное МО)	19,0	20,6	80,9
30	МКОУ СОШ № 1 п. Михайловка (Черемховский район)	18,9	43,1	81,0
31	МБОУ "СОШ № 20" (г. Тулун)	18,7	36,2	81,2
32	МБОУ "СОШ № 4" (г. Ангарск)	18,4	38,6	81,5
33	МБОУ "СОШ № 45" (г. Братск)	18,0	48,0	82,0
34	МБОУ "Еланцынская СОШ" (Ольхонский район)	17,9	47,7	82,0
35	МБОУ "СОШ № 8" (Зиминское МО)	17,6	31,3	82,3
36	МАОУ "СОШ № 13 им. М.К. Янгеля" (г. Усть-Илимск)	17,5	38,6	82,4
37	МБОУ "СОШ № 46" (г. Братск)	17,5	36,6	82,5
38	МАОУ "СОШ № 5" (г. Усть-Илимск)	17,4	52,3	82,5
39	МБОУ "СОШ № 14" (г. Ангарск)	17,3	37,6	82,6
40	МБОУ "СОШ № 31" (г. Братск)	17,2	29,8	82,7

Динамика отметок участников ОГЭ по математике в 2017–2019 годах, отраженная в таблице 2, говорит о том, что показатели в процентном соотношении претерпели лишь незначительные изменения в сравнении с 2018 годом. Количество обучающихся, получивших отметки «4» и «5» в 2017, 2018, 2019 году, практически не изменилось (2017 год – 48,2 %; 2018 год – 43,6 %; 2019 год – 47,8 %). Некоторое улучшение этого показателя в 2019 году по сравнению с 2018 годом возможно, объясняется тем, что задания второй части в 2019 году очень похожи на задания 2018 года и не являются новыми для школьников (за исключением, может быть, задания № 22, нетрудного, но отличающегося по тематике от соответствующих заданий ближайших лет).

Чрезвычайно плохие показатели выполнения ОГЭ по математике (от 20 до 34 %) имеются по целому ряду территорий Иркутской области: МО Тулунский район – 33,3 % двоек, Черемховское районное МО – 26,1 % двоек, МО Усть-Илимский район – 23,6 %, МО Жигаловский район – 22,5 %, МО Осинский район – 20,45, МО Катангский район – 20 %.

Наиболее высокие результаты (качество обучения и уровень обученности) традиционно демонстрируют лицеи и гимназии. Заметим, что их результаты коррелируют с общими результатами по области в течение 2017–2019 гг., описанными в п. 2.2.1: результаты ухудшаются в 2018 году на 3 % и улучшаются в 2019 году на те же 3 % (процент пятерок в лицеях: 2017 год – 85,4 %, 2018 год – 82,4 %, 2019 год – 85,1 %).

Относительно обычных СОШ стоит отметить, что в 2018 и 2019 годах по сравнению с 2017 годом процент сдавших на «2» уменьшился (с 12,56 до 9,3 и 9,7).

Далее, для проведения анализа результатов ОГЭ за последние три года мы выделили образовательные организации Иркутской области, из которых в 2017, 2018, 2019 годы общее количество участников ОГЭ составило не менее 135 человек (в среднем не менее 45 человек в год). Таких образовательных организаций в области оказалось 220. Из них 39 организаций показывают стабильно хорошие результаты (качество обучения больше 60 %) в течение всех трех лет.

Из этих 39 организаций в число 15 образовательных организаций (по качеству обучения), показывающие стабильно хорошие результаты, вошли: МБОУ "СОШ № 10" (г. Ангарск), МАОУ "Ангарский лицей № 1" (г. Ангарск), МАОУ "Гимназия № 8" (г. Ангарск), МБОУ "Лицей № 1" (г. Братск), МБОУ "Лицей № 2" (г. Братск), МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска, МБОУ г. Иркутска лицей № 3, МБОУ г. Иркутска лицей № 2, МБОУ г. Иркутска гимназия № 3, Лицей № 36 ОАО "РЖД" (г. Иркутск), МБОУ г. Иркутска лицей-интернат № 1, МАОУ ЦО № 47 г. Иркутска, МБОУ СОШ № 1 (г. Тулун), МБОУ "Гимназия № 1" (г. Усолье-Сибирское), МБОУ ШР "Шелеховский лицей" (г. Шелехов).

Из 220 организаций 6 образовательных организаций в течение трех лет показывают стабильно очень низкие результаты (больше 20 % двоек каждый год). Это МБОУ «О(С)ОШ» (г. Ангарск), МБОУ «СОШ № 1» (г. Братск), МБОУ «СОШ № 5» (г. Братск), МБОУ «СОШ № 9 имени М. И. Баркова» (г. Братск), МКОУ «Вихоревская СОШ № 2» (Братский район).

Итак, показатели выполнения ОГЭ по математике в Иркутской области в течение 2017, 2018, 2019 годов менялись незначительно. Традиционно более высокие результаты у обучающихся лицеев, гимназий, школ с углубленным изучением отдельных предметов; худшие результаты у сменных школ и ООШ. Из статистики результатов образовательных организаций за 2017, 2018, 2019 годы видно, что выделяется группа образовательных организаций со стабильно высокими показателями за все три года (лицеи, гимназии, школы с углубленным изучением отдельных предметов г. Ангарска, Братска, Иркутска) и группа образовательных организаций со стабильно низкими показателями.

ГАУ ДПО ИРО, РЦОИ

III. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ИЛИ ГРУПП ЗАДАНИЙ ПО ПРЕДМЕТУ

3.1. Краткая характеристика КИМ по предмету

Контрольные измерительные материалы состоят из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». В каждый модуль входят две части, соответствующие уровням математической компетентности – базовому и повышенному. Вторые части модулей «Алгебра» и «Геометрия» направлены на проверку владения материалом на повышенном уровне. Эти части содержат задания повышенного уровня сложности из различных разделов курса математики. Все задания требуют записи решений и ответа. Задания расположены в порядке возрастания сложности.

Модуль «Алгебра» содержит 17 заданий: 14 заданий в части 1 (№ 1–14), 3 задания в части 2 (№ 21–23). В модуле «Геометрия» 9 заданий: 6 заданий в части 1 (№ 15–20), 3 задания в части 2 (№ 24–26).

Первая часть экзаменационной работы, направленная на проверку уровня базовой подготовки, включала в себя задания по следующим содержательным блокам: «Числа и вычисления», «Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства», «Числовые последовательности», «Функции и графики», «Статистика и теория вероятностей», «Геометрические фигуры и их свойства», «Треугольник», «Многоугольники», «Окружность и круг», «Измерение геометрических величин».

Содержательно задания первой и второй части в основном не имеют существенных отличий от заданий 2017 и 2018 годов, кроме задания № 22.

В отличие от 2017 и 2018 годов, когда задание № 22 представляло собой задачу на движение, в 2019 году задание № 22 представляет собой текстовую задачу по теме «Проценты». В проверке решений этого задания эксперты столкнулись с трудностями оценки лаконично описанных решений. Задачи такого типа («сколько сухих фруктов можно получить из заданного количества свежих фруктов»), в принципе являются алгоритмическими, на решение которых «натаскивают» в школе. Поэтому школьники часто не писали подробного решения, а изображали некую маловразумительную пропорцию, откуда получался верный ответ.

Особенную сложность представлял *областной* вариант со следующим текстом задания:

«Свежие фрукты содержат 84 % (α) воды, а высушенные – 16 % (β). Сколько сухих фруктов получится из 231 кг (V) свежих фруктов?»

Записав пропорцию

$$\begin{aligned} 231 - 84 \% (\alpha) \\ x - 16 \% (\beta), \end{aligned}$$

школьники приходили к вычислениям $\frac{231 \cdot 16}{84} = 44$ и получали тем самым правильный ответ. Возникает вопрос, как школьник приходит к правильным вычислениям? Возможны два варианта. 1) Это в целом неверный способ

рассуждения, основанный на соображениях пропорционального распределения воды в фруктах (то есть школьник действовал по принципиально неверной формуле $\frac{\beta \cdot v}{\alpha + \beta}$, численное значение которой совпало со значением верной формулы $\frac{\alpha}{100 - \alpha} \cdot v$ в силу особенности числовых данных этого варианта: $\alpha + \beta = 100\%$).

2) Пропорция представляет собой краткую запись условия, после которой идут верные выкладки, значения $(100 - \alpha)$ и $(100 - \beta)$ вычисляются устно.

3.2. Статистический анализ выполняемости заданий и групп заданий открытого варианта КИМ ОГЭ

Вариант КИМ был выбран из числа вариантов КИМ ОГЭ текущего года в Иркутской области, выполнявшихся максимальным количеством учащихся (4 272 человека) и с наибольшим количеством не преодолевших минимальный порог (1 130 человек)

Таблица 7

Обозначения заданий в работе	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения ¹	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
1	Числа и вычисления. Арифметические действия с десятичными дробями /Уметь выполнять вычисления и преобразования	Б	86,9	26,7	83,0	97,3	98,3
2	Статистика и теория вероятностей. Описательная статистика. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков /Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	98,6	89,0	98,8	99,8	100
3	Числа и вычисления. Понятие об иррациональном числе. Десятичные приближения иррациональных чисел. /Уметь выполнять вычисления и преобразования	Б	91,6	62,2	88,1	97,8	99,3
4	Числа и вычисления. Свойства степени с целым показателем /Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	Б	43,1	2,6	25,8	55,5	90,1
5	Функции и графики/ Примеры графических зависимостей, отражающих реальные процессы /Уметь работать со статистической	Б	97,4	79,8	97,7	99,3	100

¹ Сумма первичных баллов, полученных всеми участниками группы за выполнение задания, отнесенная к количеству участников группы на максимальный первичный балл, который можно получить за выполнение задания.

Обозначения задания в работе	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения ¹	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	информацией, находить частоту и вероятность случайного события						
6	Уравнения и неравенства. Уравнение с одной переменной, корень уравнения /Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	Б	77,3	15,7	64,8	94,0	98,0
7	Статистика и теория вероятностей. Описательная статистика. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков /Уметь работать со статистической информацией, находить частоту и вероятность случайного события	Б	66,2	9,2	51,7	82,8	92,7
8	Алгебраические выражения. Текстовые задачи. Решение текстовых задач арифметическим способом /Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	96,0	70,6	95,4	99,6	100
9	Статистика и теория вероятностей. Частота события, вероятность /Уметь работать со статистической информацией, находить частоту и вероятность случайного события	Б	69,0	7,4	52,7	87,8	96,3
10	Функции и графики. Линейная функция, её график. Квадратичная функция, её график. Парабола. Функция, описывающая обратно пропорциональную зависимость, её график. Гипербола /Уметь строить и читать графики функций	Б	70,6	20,6	50,6	90,9	98,0
11	Числовые последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула суммы первых нескольких членов арифметической прогрессии /Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	Б	68,9	6,1	48,8	90,7	98,6
12	Алгебраические выражения. Буквенные выражения. Числовое значение буквенного выражения /Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	Б	51,5	3,5	26,3	74,0	90,1
13	Алгебраические выражения. Решение текстовых задач алгебраическим способом /Уметь использовать приобретенные знания	Б	71,2	5,7	55,1	90,6	97,7

Обозначения задания в работе	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения ¹	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели						
14	Уравнения и неравенства. Линейные неравенства с одной переменной /Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	Б	62,8	17,5	42,9	80,9	97,0
15	Измерение геометрических величин. Угол /Описывать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин	Б	72,4	7,0	63,3	86,3	94,4
16	Треугольник. Синус, косинус, тангенс острого угла прямоугольного треугольника и углов от 0 до 180 /Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	67,1	7,0	56,2	81,1	92,4
17	Окружность и круг /Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	29,5	3,51	17,5	35,0	76,0
18	Многоугольники. Вписанные и описанные окружности правильного многоугольника /Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	73,0	5,2	61,8	88,9	96,7
19	Измерение геометрических величин. Трапеция, средняя линия трапеции /Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	72,9	6,1	61,4	88,5	98,0
20	Геометрические фигуры и их свойства /Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	Б	44,2	16,6	28,5	56,1	77,0
21	Уравнения и неравенства. Уравнения высших степеней /Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций	П	14,8	0	0,6	15,3	86,3

Обозначения задания в работе	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения ¹	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
22	Текстовые задачи /Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели	П	10,2	0	0,5	9,2	65,9
23	Функция. Функция, описывающая обратно пропорциональную зависимость, её график. Гипербола /Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели	В	4,0	0	0,04	1,6	36,3
24	Геометрические фигуры и их свойства. Многоугольники. Трапеции /Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	П	3,1	0	0,1	1,7	26,3
25	Геометрические фигуры и их свойства. Многоугольники. Параллелограмм /Уметь проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	П	6,5	0	0	3,03	57,
26	Геометрические фигуры и их свойства. Многоугольники /Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	В	1,9	0	0	0,2	20,4

3.3. Содержательный анализ выполнения заданий КИМ ОГЭ

Выделим задания первой части, по которым в 2017, 2018, 2019 годах процент выполнения опускался ниже 50 %.

Таблица 8

Номер задания	Раздел содержания курса математики	Средний процент выполнения по региону			Средний % выполнения по открытому варианту КИМ
		2017 г.	2018 г.	2019 г.	2019 г.
4	Числа и вычисления. Свойства степени с целым показателем	73,3	77,8	40,5	43,1
11	Числовые последовательности	79,1	43,7	62,3	68,9

12	Алгебраические выражения. Буквенные выражения.	83,0	44,5	46,3	51,5
13	Алгебраические выражения. Решение текстовых задач алгебраическим способом	66,1	59,4	66,9	71,2
14	Уравнения и неравенства. Неравенства	75,5	51,5	61,2	62,8
17	Окружность и круг	73,7	35,6	28,5	29,5
20	Геометрические фигуры и их свойства	43,6	58,6	63,3	44,2

Мы видим, что традиционно сложность для обучающихся представляют задания по теме «Алгебраические выражения» и задание № 17 по геометрии, требующее владения основными фактами о свойствах вписанных углов и хорд. Некоторое разногласие результатов объясняется небольшим усложнением или упрощением содержания задания. К примеру, в задании № 14 в 2018 году требуется решить систему неравенств, в 2017 (в соответствующем задании) и 2019 году – одно линейное неравенство. Это привело к понижению процента с 75,5 % до 51,5 % в 2018 году и снова повышению до 61,2 % в 2019 году. Аналогично в 2018 году задание № 12 было усложнено требованием подстановки иррационального числа в выражение. Задание № 4 в 2019 году, в отличие от 2018 года, труднее решить непосредственным вычислением, для его выполнения нужно владеть свойствами степеней. В связи с чем процент выполнения этого задания сразу понижается.

Проценты выполнения заданий группами участников ОГЭ с разным уровнем подготовки естественным образом строго возрастают для каждого задания от минимума для получивших «2» до максимума для получивших «5». Заметим, что процент выполнения заданий части 2 обучающимися, получившими «4», крайне незначителен. При этом процент выполнения заданий части 2 обучающимися, получившими «2» и «3», равен практически 0 по всем заданиям.

Выполнение заданий по геометрии характеризуется особенно плохими результатами. Обучающиеся, получившие «4», не выполнили задания по геометрии не только высокого, но и повышенного уровня (задание № 24 – 1,7 %, задание № 25 – 3,0 %, задание № 26 – 0,2 %).

Аналогично с заданиями части 1, процент выполнения заданий части 2 меняется в зависимости от небольшого варьирования условия. К примеру, задание № 21 в 2018 году носило менее традиционный характер (требовалось провести сокращение слагаемого и при этом учесть ограничение на область допустимых значений). В 2019 году задание № 21 совсем стандартное, решаемое привычным методом замены переменной. В итоге процент выполнения этого задания вырос (11 % до 14 %). Как уже говорилось, задание № 22, напротив, имеет математическую модель, отличную от модели предшествующих лет. Значит, учителя математики меньше уделяли внимания подготовке к решению задач такого типа. Процент выполнения падает с 14 % до 10 %. То же самое можно сказать об остальных заданиях второй части.

Сделанные замечания и предъявленные статистические данные показывают, что мы не можем сделать достоверные выводы о том, что существует какой-либо раздел или умения, усвоение которых всеми школьниками региона в целом можно считать достаточным. Во-первых, об этом свидетельствует количество неудовлетворительных отметок по ОГЭ по математике как в целом по региону, так и по АТЕ Иркутской области. Во-вторых, мы видим, что процент выполнения заданий в значительной степени зависит от небольшой вариации их условий.

Пример задания № 21

Решите уравнение $(x - 2)^4 - (x - 2)^2 - 6 = 0$.

Решение.

Обозначим $t = (x - 2)^2, t \geq 0$. Получаем уравнение $t^2 - t - 6 = 0$, откуда находим $t = 3$ или $t = -2$. Последний из корней не принадлежит области допустимых значений.

Тогда $(x - 2)^2 = 3, x = 2 \pm \sqrt{3}$.

Ответ: $2 \pm \sqrt{3}$.

Типичные ошибки

1) Вычислительные ошибки (Пример 3), в особенности ошибки, связанные с преобразованием выражения $\frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$. Нередко школьники получали в ответе $2 \pm 2\sqrt{3}$, сократив на 2 лишь первое слагаемое. Такая ошибка не относится к вычислительной, и решение оценивается 0 баллов.

2) Второй класс ошибок касается применения метода введения вспомогательной неизвестной при решении уравнения (Примеры 4, 5). Обучающиеся не возвращались к исходной переменной в принципе, совершали ошибки в записи ответа, в составлении уравнения для перехода к x и т. д. Решение в таком случае оценивается не выше, чем в 1 балл.

ЗАДАЧА № 21 (ПРИМЕР 1)

$$21. (x - 2)^4 - (x - 2)^2 - 6 = 0$$

Пусть $(x - 2)^2 = t \geq 0$, тогда $(x - 2)^4 = t^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow t^2 - t - 6 = 0$$

$$a = 1 \quad D = b^2 - 4ac =$$

$$b = -1 \quad = 1 + 24 = 25$$

$$c = -6 \quad \sqrt{D} = \sqrt{25} = 5$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1+5}{2} \\ x_2 = \frac{1-5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = -2 < 0 \text{ не подходит} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\sqrt{(x - 2)^2} = \sqrt{3}$$

$$|x - 2| = \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = \sqrt{3} \\ x - 2 = -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} + 2 \\ x = -\sqrt{3} + 2 \end{cases}$$

Ответ: $x = \sqrt{3} + 2, x = -\sqrt{3} + 2$

$$\Rightarrow (x - 2)^2 = 3$$

Оценка эксперта: 2 балла.

В Примере 1 представлено верное решение задания № 21. Отметим, что уравнение вида $(x - s)^2 = a$ школьники часто решают не самым рациональным способом: раскрывают скобки, приводят к каноническому виду, ищут корни полученного квадратного уравнения через дискриминант. Такой способ рассуждений демонстрирует Пример 2.

ЗАДАЧА № 21 (ПРИМЕР 2)

$$21) (x-2)^4 - (x-2)^2 - 6 = 0$$

Пусть $(x-2)^2$ будет F

Получим

$$F^2 - F - 6 = 0$$

$$F_1 + F_2 = 1 \quad F_1 \cdot F_2 = -6$$

$$F_1 = 3 \quad F_2 = -2$$

не подходит
 $(x-2)^2 > 0$

$$(x-2)^2 = 3$$

$$x^2 - 4x + 4 = 3$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$a=1 \quad \left. \begin{array}{l} D = b^2 - 4ac \\ b = -4 \\ c = 1 \end{array} \right\} D = 16 - 4$$

$$D = 12$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}$$

$$x_2 = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}; \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}$$

В решении имеется небольшая неточность: не вполне обосновано ограничение

$$(x-2)^2 > 0 \quad (\text{не}$$

описано исключение 0). Работа может быть оценена в 2 балла.

Оценка эксперта: 2 балла.

ЗАДАЧА № 21 (ПРИМЕР 3)

$$21) (x-2)^4 - (x-2)^2 - 6 = 0$$

Пусть $(x-2)^2 = t > 0$, тогда $(x-2)^4 = t^2$

Составим уравнение:

$$t^2 - t - 6 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} a=1 \\ b=-1 \\ c=-6 \end{array} \right\} D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25 > 0 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{25} = 5.$$

$$\left[\begin{array}{l} t = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \\ t = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{l} t = \frac{1-5}{2} \\ t = \frac{1+5}{2} \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{l} t = -4 < 0 \text{ не ур. ур. заг.} \\ t = 3 > 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 3 \end{array} \right.$$

$$(x-2)^2 = 3$$

$$x^2 - 4x + 4 = 3 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x_{1;2} = 2 \pm \sqrt{4-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 - \sqrt{3} \\ x = 2 + \sqrt{3} \end{array} \right] \quad \text{Ответ: } x = 2 - \sqrt{3}; 2 + \sqrt{3}$$

В Примере 3 допущена арифметическая ошибка при нахождении корней первого

вспомогательного уравнения: $t = -4$ (вместо $t = -2$).

Согласно критериям решение оценивается в 1 балл.

Оценка эксперта: 1 балл.

ЗАДАЧА № 21 (ПРИМЕР 4)

$$21) (x-2)^4 - (x-2)^2 - 6 = 0$$

Условие: $(x-2)^2 = t$

$$\Rightarrow t^2 - t - 6 = 0$$

$$D = (t^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25$$

$$(x-2)^2 = 3$$

$$x^2 - 4x + 4 = 3$$

$$x^2 - 4x + 4 - 3 = 0$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot (-3) =$$

$$= 16 + 12 = 28$$

$$x_1 = \frac{4 + \sqrt{28}}{2} = \frac{4 + \sqrt{4 \cdot 7}}{2} = \frac{4 + 2\sqrt{7}}{2}$$

$$x_2 = \frac{4 - \sqrt{28}}{2} = \frac{4 - \sqrt{4 \cdot 7}}{2} = \frac{4 - 2\sqrt{7}}{2}$$

$$\text{Ответ: } x_1 = 3; x_2 = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}; \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}$$

$$t_1 = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$t_2 = \frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \quad \text{нет решения}$$

$$(x-2)^2 = -2$$

$$x^2 - 4x + 4 = -2$$

$$x^2 - 4x + 4 + 2 = 0$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$D = 16 - 4 \cdot 6 = 16 - 24 = -8 < 0 \quad \text{нет решения}$$

В Примере 4 представлено верное решение, но в ответ школьник выносит лишний корень — значение вспомогательного аргумента t .

Оценка эксперта: 1 балл.

ЗАДАЧА № 21 (ПРИМЕР 5)

21. $(x-2)^4 - (x-2)^2 - 6 = 0$
 пусть $(x-2)^2 = t \Rightarrow (x-2)^4 = t^2 \Rightarrow$ составим уравнение
 $t^2 - t - 6 = 0$
 $t_{1,2} = 0,5 \pm \sqrt{0,25 + 6} = 0,5 \pm 2,5 \Rightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t^2 = x \\ t^2 = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$
 Ответ: $x = -\sqrt{3}; \sqrt{3}$

В Примере 5 правильно решено вспомогательное уравнение, но допущены ошибки при возвращении к исходной неизвестной.
Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример задания № 22

Свежие фрукты содержат 88 % воды, а высушенные – 30 %. Сколько сухих фруктов получится из 35 кг свежих фруктов?

Решение

В 35 кг свежих фруктов содержится 12 % сухого вещества: $35 \cdot 0,12 = 4,2$ кг. Эти 4,2 кг сухого вещества составляют 70 % в высушенных фруктах. Отсюда находим общую массу сухих фруктов:

$$4,2 : 0,7 = 6 \text{ кг.}$$

Ответ: 6 кг

Типичные ошибки

1) Неверное составление математической модели. На основании поверхностной аналогии в решении задачи применяются плохо понятые схемы и алгоритмы (Примеры 7 и 8).

2) Вычислительные ошибки.

ЗАДАЧА № 22 (ПРИМЕР 6)

№ 22 *свеж. - 88% воды - 35 кг.
 высуш. - 30% воды - x кг*

1) $100 - 88 = 12$ (%) *питательного в-ва в свеж.*

2) $100 - 30 = 70$ (%) *питательного в-ва в высуш.*

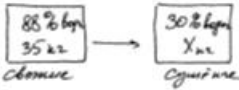
3) $70 \cdot x = 35 \cdot 12$
 $x = \frac{35 \cdot 12}{70} = 6 \text{ (кг)}$

Ответ: 6 кг.

В Примере 6 мы встречаем верное обоснованное решение задачи.

Оценка эксперта: 2 балла.

ЗАДАЧА № 22 (ПРИМЕР 7)

22. 
 Составим уравнение:
 $x = \frac{35 \cdot 12}{70} = \frac{525}{70} = 7,5$
 Ответ: масса сушённых фруктов равна 7,5 кг.

Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАЧА № 22 (ПРИМЕР 8)

22. *Свежие - 88%
 Сухие - 30%* *Итого: 35 кг = ? сухих*
 $88\% - 30\% = 58\%$ (т.е. вода в свежих)
 $100\% - 58\% = 42\%$ (% сухих)
 $35 \text{ кг} - 100\%$
 $x - 42\%$
 $x = \frac{35 \cdot 42}{100} = \frac{1470}{100} = 14,7 \text{ кг}$
 Ответ: 14,7 кг

Оценка эксперта: 0 баллов.

Примеры 7 и 8 демонстрируют, что школьники, решая эту несложную задачу на проценты, опираются не на понимание понятия «процент», а на некие заученные, но плохо понятые схемы. В Примере 7 составляется бессмысленная пропорция. В Примере 8 предварительно находится разность процентов от двух различных величин.

Пример задания № 23

Постройте график функции: $y = 5 - \frac{x+5}{x^2+5x}$.

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

Решение

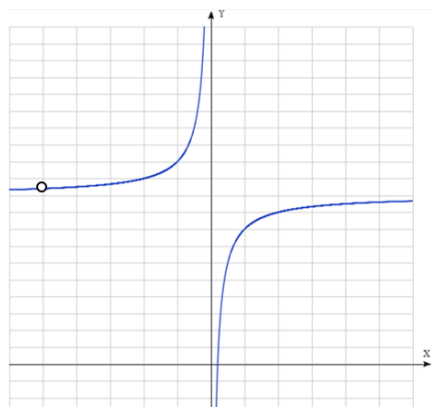


График функции $y = 5 - \frac{x+5}{x^2+5x} = 5 - \frac{1}{x}$, $x \neq -5$ представляет собой гиперболу $y = -\frac{1}{x}$, поднятую на 5 единиц выше оси абсцисс, с выколотой точкой $(-5; 5\frac{1}{5})$.

Прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек при $m = 5$ и $m = 5\frac{1}{5}$.

Ответ: $m = 5$ и $m = 5\frac{1}{5}$.

Типичные ошибки

1) Неправильное построение графика:

не выколота нужная точка (в результате неэквивалентного сокращения

$$\frac{x+5}{x^2+5x} = \frac{1}{x}) \text{ (Пример 10);}$$

выколота другая точка (нередко учащиеся для изображения ограничения $x \neq 0$ выкалывали точку графика с ординатой $y = 0$, выкалывали начало координат); небрежное построение графика (гипербола обрывается после выколотой точки, в результате смещения график пересекает асимптоту и т.д.). Такие ошибки могли быть вызваны как небрежностью, так и непониманием математической теории.

2) Неверное определение искомым значений параметра m (Пример 11), часто связанное с неверным построением графика.

ЗАДАЧА № 23 (ПРИМЕР 9)

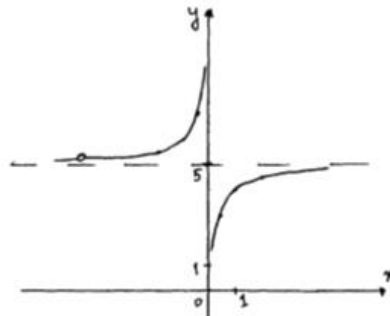
23. $y = 5 - \frac{x+5}{x^2+5x}$

$y = 5 - \frac{x+5}{x(x+5)}$ | ОДЗ: $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -5 \end{cases}$

$y = -\frac{1}{x} + 5$

$y = -\frac{1}{x}$ ⑤
гипербола со сменой; 2 ветки точки

x	-5	0
y	$5\frac{1}{5}$	5



Имеется мелкая неточность в символике (знак совокупности, а не системы в описании ОДЗ).
Оценка эксперта: 2 балла.

$y = m \parallel 0x$ не имеет с графиком общих точек при $m = 5$ и $m = 5\frac{1}{5}$
Ответ: $5 ; 5\frac{1}{5}$

ЗАДАЧА № 23 (ПРИМЕР 10)

№ 23

$y = 5 - \frac{x+5}{x^2+5x}$

$y = 5 - \frac{x+5}{x(x+5)}$

$y = 5 - \frac{1}{x}$

$y = \frac{5x-1}{x}$

$x=1, y = \frac{5 \cdot 1 - 1}{1} = 4$

$x=2, y = \frac{5 \cdot 2 - 1}{2} = 4\frac{1}{2}$

$x=3, y = \frac{5 \cdot 3 - 1}{3} = 4\frac{2}{3}$

$x=4, y = \frac{5 \cdot 4 - 1}{4} = 4\frac{3}{4}$

$x=5, y = \frac{5 \cdot 5 - 1}{5} = 4\frac{4}{5}$

$x=-1, y = \frac{5 \cdot (-1) - 1}{-1} = 6$

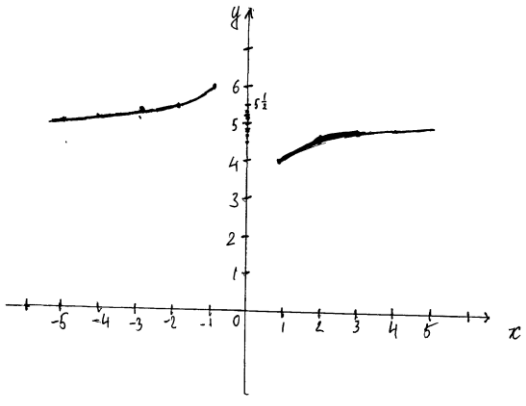
$x=-2, y = \frac{5 \cdot (-2) - 1}{-2} = 5\frac{1}{2}$

$x=-3, y = \frac{5 \cdot (-3) - 1}{-3} = 5\frac{1}{3}$

$x=-4, y = \frac{5 \cdot (-4) - 1}{-4} = 5\frac{1}{4}$

$x=-5, y = \frac{5 \cdot (-5) - 1}{-5} = 5\frac{1}{5}$

прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек $m = 5$



Экзаменующийся сокращает дробь на $x+5$ и не указывает ограничения $x \neq -5$. Как следствие, на графике не выколота соответствующая точка и не получено одно из искомым значений параметра.
Оценка эксперта: 0 баллов.

ЗАДАЧА № 23 (ПРИМЕР 11)

№ 23

$$y = 5 - \frac{x+5}{x^2+5x}$$

ОДЗ: $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -5 \end{cases}$

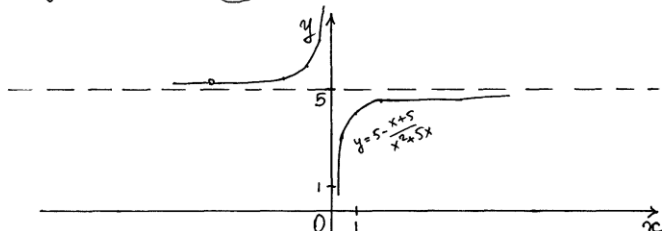
$$y = 5 - \frac{(x+5)}{x(x+5)}$$

$$y = 5 - \frac{1}{x}$$

$$y = -\frac{1}{x} \uparrow + 5$$

x	1	2	-1	-2	0,5	-0,5	-5
y	-1	-0,5	1	0,5	-2	2	(0,2)

выкол. точка



$$y = m$$

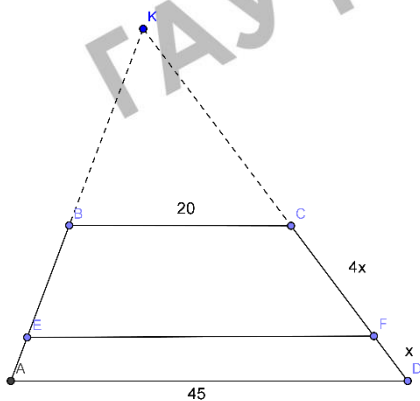
$y = -\frac{1}{x} + 5$ и ищет общих точек с прямой $y = m$ при $m = 5$

Отв: $m = 5$

Верно построен график, не определены искомые значения параметра. Неточности в символике (ОДЗ). Согласно критериям, решение оценивается в 1 балл. **Оценка эксперта:** 1 балл.

Пример задания № 24

Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает ее боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 45$, $BC = 20$, $CF:DF = 4:1$.



Решение (Способ 1: достраиваем до треугольника)

Продолжим боковые стороны трапеции AB и CD до пересечения в точке K . Из подобия

треугольников BKC и AKD находим $\frac{KC}{KD} =$

$$\frac{BC}{AD} = \frac{20}{45} = \frac{4}{9}. \text{ Пусть } FD = x, CF = 4x.$$

Тогда $KD = \frac{9}{5} CD = 9x, KC = 4x$. Аналогично, из

подобия треугольников EKF и AKD получаем соотношения для нахождения EF : $\frac{EF}{AD} = \frac{KF}{KD} = \frac{8}{9}$,

$$EF = 40.$$

Ответ: 40

Это решение основывается на соотношениях, полученных из двух подобий треугольников. Вместо рассмотрения последнего соотношения можно было заметить, что BC – средняя линия в треугольнике EKF , и тогда $EF = 2 \cdot BC = 40$.

Типичные ошибки

Основные ошибки в решении этой и остальных геометрических задач № 24, 25, 26 сводились к использованию неверных геометрических утверждений или неправильному применению верных геометрических фактов.

В задаче № 24 нахождение искомой длины отрезка нередко опирается на интуитивные положения (как ложные, так и истинные), не получившие строгого геометрического обоснования (Примеры 15 и 16). Такие решения оценивались 0 баллов.

ЗАДАЧА № 24 (ПРИМЕР 12). Способ 2: диагональ и два подобия

24. Дано

$ABCD$ - трапеция
 $EF \parallel BC \parallel AD$
 $AD = 45$ $CF : DF = 4 : 1$
 $BC = 20$
 $EF \parallel AD$

Найти: EF

① Дано: AC - диагональ
 ② Рассмотрим $\triangle OCF$ и $\triangle OAD$

$\left. \begin{array}{l} * C - \text{общий} \\ CD : CF = 5 : 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OCF \sim \triangle OAD \Rightarrow \frac{OC}{AC} = \frac{FC}{CD} = \frac{OF}{AD} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{OF}{AD} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{OF}{45} = \frac{4}{5} \Rightarrow OF = \frac{4 \cdot 45}{5} = 36$

③ Рассмотрим $\triangle OAC$ и $\triangle OEF$
 $\left. \begin{array}{l} * A - \text{общий} \\ OA : AC = 1 : 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAC \sim \triangle OEF \Rightarrow \frac{OE}{OA} = \frac{OF}{AC} = \frac{EF}{OC} = \frac{1}{5} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{OE}{OA} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{OE}{20} = \frac{1}{5} \Rightarrow OE = \frac{20 \cdot 1}{5} = 4$

④ $EF = OE + OF = 4 + 36 = 40$
 Ответ: $EF = 40$

Довольно часто в решении задачи № 24 обучающиеся использовали дополнительное построение, отличное от предложенного в критериях. Они проводили диагональ в трапеции и сводили решение к рассмотрению двух пар подобных треугольников с коэффициентами подобия $\frac{4}{5}$ и $\frac{1}{5}$.

Оценка эксперта: 2 балла.

ЗАДАЧА № 24 (ПРИМЕР 13). Способ 3: параллелограмм и подобие

№ 24. Дано: $ABCD$ - трапеция. Найти: $EF = ?$

$AD = 45$
 $BC = 20$
 $CF : DF = 4 : 1$

Решение:

$EM \parallel BE$
 $BC = EK - AM = 20$
 $\triangle MKD \sim \triangle KCF$ (по 2-м углам)

$\frac{KD}{CF} = \frac{MD}{KF}$; $\frac{5}{4} = \frac{25}{x}$;
 $x = \frac{4 \cdot 25}{5} = 20$

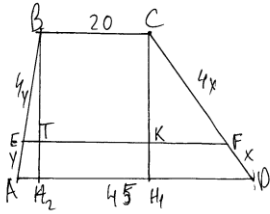
$EF = EK + FK = 20 + 20 = 40$
 Ответ: 40

В Примере 13 используется другое дополнительное построение, приводящее к рассмотрению параллелограмма и анализу подобия двух треугольников.

Оценка эксперта: 2 балла.

ЗАДАЧА № 24 (ПРИМЕР 14). Способ 4: прямоугольник и два подобия

24.



CH_1, BK_2 - высоты
 $EF \parallel AD \parallel BC$
 $EF = ?$

В этом решении (Пример 14) школьник опускает две высоты, получает прямоугольник и две пары подобных треугольников.

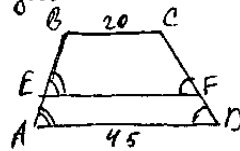
Оценка эксперта: 2 балла.

Рассмотрим BCN_1N_2 - прямоугольник \rightarrow
 $BC = N_2N_1 = 20$
 $BC = TK = 20$ м.к. ~~$ET \parallel BC \Rightarrow TK \parallel BC$~~
 Рассмотрим $\triangle BET$ и $\triangle BAN_2$ - они подобны
 м.к. $ET \parallel AN_2 \Rightarrow$
 ~~$\frac{ET}{AN_2} = \frac{BE}{BA} = \frac{4y}{4y+4} = \frac{4}{5}$~~
 $\frac{ET}{AN_2} = \frac{4}{5} \Rightarrow ET = \frac{4}{5} AN_2$
 Рассмотрим $\triangle KCF$ и $\triangle CN_1D$ - они подобны
 м.к. $N_1D \parallel KF \Rightarrow$
 $\frac{KF}{N_1D} = \frac{CF}{CN_1} = \frac{4x}{4x+4} = \frac{4}{5}$
 $\frac{KF}{N_1D} = \frac{4}{5} \Rightarrow KF = \frac{4}{5} N_1D$
 $ET + KF = \frac{4}{5} (AN_2 + N_1D) = \frac{4}{5} (AD - N_1N_2) = \frac{4}{5} \cdot 25 = 20$

$EF = ET + TK + KF = 20 + 20 = 40$
 Ответ: 40

ЗАДАЧА № 24 (ПРИМЕР 15). «Подобные трапеции»

~ 24 Дано: трапеция ABCD
 $AD = 45$ $BC = 20$
 $CF : DF = 4 : 1$
 найти: EF

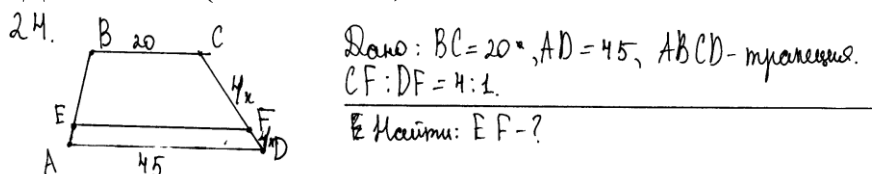


Нередко школьники в решении ошибочно считали полученные трапеции подобными, и получали из этой посылки ложные выводы.

Оценка эксперта: 0 баллов.

1) рассмотрим трапецию EBCF ~ трапеции ABCD, т.к. $\angle B$ и $\angle C$ - общие, $\angle BEF = \angle BAD$ и $\angle EFC = \angle ADC$ или $EF \parallel AD$ и стороны AB и CD соответственно, как смежные.
 2) Тогда $\frac{CD}{CF} = \frac{AD}{EF} = k$, т.к. $CD = CF + FD \Rightarrow \frac{CD}{CF} = \frac{4+1}{4} = \frac{5}{4} = k$
 $\Rightarrow \frac{AD}{EF} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{45}{EF} = \frac{5}{4}$, $EF = \frac{45 \cdot 4}{5} = 36$
 Ответ: 36

ЗАДАЧА № 24 (ПРИМЕР 16).



Средняя линия = $\frac{1 \cdot AD + 1 \cdot BC}{2}$ 2 одинаковых частей боковой стороны

У $ABCD$ равнобедренных частей CD .

$$EF = \frac{4 \cdot AD + 1 \cdot BC}{5} = \frac{180 + 20}{5} = \frac{200}{5} = 40$$

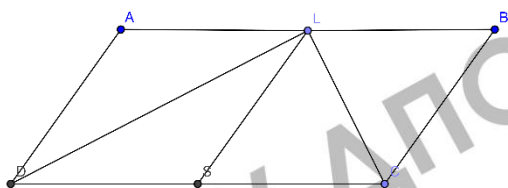
Ответ: $EF=40$.

В Примере 16 обучающийся опирается на верную формулу. Однако в качестве доказательства этой формулы приводится только аналогия с формулой длины средней линии трапеции. Таким образом, решение не обосновано. Оценка эксперта: 0 баллов.

Пример задания № 25

Биссектрисы углов C и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке L , лежащей на стороне AB . Докажите, что N – середина CD .

Доказательство



Проведем отрезок LS параллельно стороне AD до пересечения с DC . Получим два параллелограмма $ALSD$ и $LBCS$, в которых диагонали DL и CL являются биссектрисами соответствующих углов. Это означает, что параллелограммы $ALSD$ и $LBCS$ являются ромбами.

Тогда $AL = LS = LB$.

Типичные ошибки

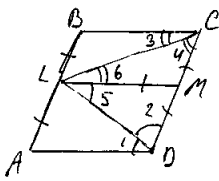
В доказательствах утверждения из задачи № 25 часто встречалась ошибка логического круга. Делалось необоснованное дополнительное построение, откуда получалось требуемое утверждение.

Такие решения оценивались в 0 баллов.

В Примере 17 обучающийся опирается на те же идеи, что и в решении, содержащемся в критериях, только представляет их в более развернутой форме.

ЗАДАЧА № 25 (ПРИМЕР 17) Способ 1: достраиваем до двух ромбов

№25 Дано: параллелограмм ABCD
DL и CL — биссектрисы углов D и C
L — точка пересечения DL и CL

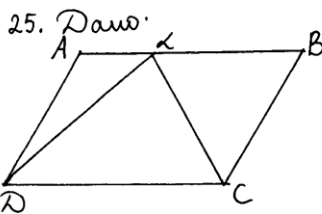


Доказать: $AL = BL$
Доказательство:

- 1) дополнительное построение $LM \parallel AD$ и BC
 - 2) $\angle 1 = \angle 2$ по условию (DL — биссектриса) и $\angle 3 = \angle 4$ по условию (CL — биссектриса)
 - 3) $\angle 5 = \angle 1$ как соответственные при $LM \parallel AD$ и секущей $LD \Rightarrow \angle 5 = \angle 1 = \angle 2 \Rightarrow \triangle LMD$ — равнобедренный $\Rightarrow LM = MD$
 - 4) $\angle 6 = \angle 3$ как соответственные при $BC \parallel LM$ и секущей $LC \Rightarrow \angle 6 = \angle 3 = \angle 4 \Rightarrow \triangle LCM$ — равнобедренный $\Rightarrow CM = LM$
 - 5) так как $CM = LM$ и $MD = LM \Rightarrow CM = MD$
 - 6) так как $ABCD$ — параллелограмм $\Rightarrow AB = CD$, а т.к. $LM \parallel AD$ и $BC \Rightarrow CM = BC$ и $MD = AL \Rightarrow AL = BL$
- Ответ: что и требовалось доказать.

Оценка эксперта: 2 балла.

ЗАДАЧА № 25 (ПРИМЕР 18) Способ 2: Свойство биссектрисы параллелограмма



ABCD — параллелограмм
DK — биссектриса $\angle D$
CK — биссектриса $\angle C$

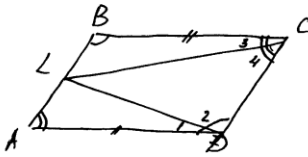
Доказать: $\angle A = \angle B$

- 1) ABCD — параллелограмм, DK, CK — биссектрисы \Rightarrow биссектриса параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник $\Rightarrow \triangle DAK$, $DA = AK$, DK — основание, $\triangle BCK$, $\angle B = \angle C$, CK — основание
- 2) ABCD — параллелограмм \Rightarrow Противоположные стороны параллелограмма равны $\Rightarrow AD = BC$
- 3) $AD = BC$ (2) $\Rightarrow AD = AK = BK = BC \Rightarrow \angle A = \angle B$ з.т.д.

Часто школьники представляли доказательство утверждения из задания № 25, основанное на свойстве биссектрисы параллелограмма. Оценка эксперта: 2 балла.

ЗАДАЧА № 25 (ПРИМЕР 19)

25



Дано:

ABCD - паралл-м
 CL - бис. $\angle BCD$
 DL - бис. $\angle CDA$

Доказать:

L - середина BA

Доказательство:

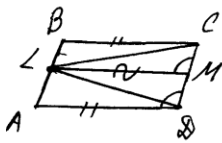
- 1) ABCD - параллелограм (по усл.) $\Rightarrow \angle C = \angle A$; $\angle B = \angle D$; $BC = AD$; $AB = DC$; $BC \parallel AD$.
 $BA \parallel CD$ (свойства)
- $\left. \begin{array}{l} BA \parallel CD \\ AD \parallel BC \\ CD - \text{секунд.} \end{array} \right\} \Rightarrow \angle BCD + \angle ADC = 180^\circ$
 $\left. \begin{array}{l} \angle CBA + \angle BAD = 180^\circ \end{array} \right\}$ (т.к. одностор. \angle)
- 2) $\left. \begin{array}{l} CL - \text{бис. } \angle BCD \\ DL - \text{бис. } \angle CDA \end{array} \right\} \Rightarrow \angle 1 = \angle 2$
 $\angle 3 = \angle 4$
- 3) Из (1), (2) $\Rightarrow \angle 3 + \angle 4 + \angle 2 + \angle 1 = 180^\circ$
 $\left. \begin{array}{l} \angle 3 = \angle 4 \\ \angle 1 = \angle 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \angle 1 = \angle 3$
 $\angle 2 = \angle 4$
- 4) Рассмотрим $\triangle LCD$
 $\angle 2 = \angle 4 \Rightarrow \triangle LCD - \text{равнобедрен.} \Rightarrow LC = CD$
- 5) Рассмотрим $\triangle LBC$, $\triangle LAD$
 Из (1), (3), (4) $\Rightarrow \left. \begin{array}{l} LD = LC \\ BC = AD \\ \angle 1 = \angle 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle LBC = \triangle LAD$ (по 2-м сторонам и \angle между ними)
- 6) Из $\triangle LBC = \triangle LAD \Rightarrow AL = LB \Rightarrow L - \text{середина } AB$

ч. т. а.

В пункте 3 решения (Пример 19) делается неверный вывод о равенстве соседних углов параллелограмма, что приводит к выводу о равенстве двух неравных треугольников. **Оценка эксперта: 0 баллов.**

ЗАДАЧА № 25 (ПРИМЕР 20)

25.

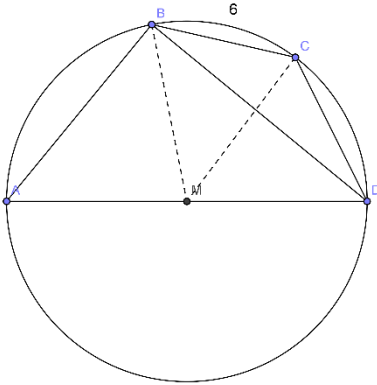


Дано:
 ABCD - #
 CL - бис-са
 DL - бис-са.
 доказать
 $BL = AL$

1) построим прямую LM в середине стороны CD и M BC $\Rightarrow CM = MD \Rightarrow \triangle BCM \cong \triangle DCM$
 $\triangle LMD - \#$ (по определению)
 2) Рассмотрим $\triangle ALM$ и $\triangle BCM$: LM-общ;
 $BC = AD$; $\angle ADC = \angle LMC$ (свойственные углы при $AD \parallel BC$ и секущей CD) $\Rightarrow \triangle BCM \cong \triangle ALM \Rightarrow AL = BL$, з.т.а.

Решение основывается на логически ошибочном построении. Отрезок LM соединяет точку L с серединой M противоположной стороны параллелограмма. С другой стороны, обучающийся необоснованно считает, что этот отрезок LM будет параллелен BC. **Оценка эксперта: 0 баллов.**

Пример задания № 26



Середина M стороны AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 6$, углы B и C четырехугольника равны соответственно 124° и 116° .

Решение (Способ 1: Описанная окружность и теорема синусов)

Так как четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность с центром в точке M и радиусом R , то можно определить углы A и B : $\angle A = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$ и

$\angle D = 180^\circ - 124^\circ = 56^\circ$. Из прямоугольного треугольника ABD находим угол $\angle ADB = 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ$, $\angle BCD = 30^\circ$. Тогда из треугольника BDC получаем

$$\frac{BC}{\sin 30^\circ} = 2R,$$

$$AD = 2R = \frac{6}{1/2} = 12.$$

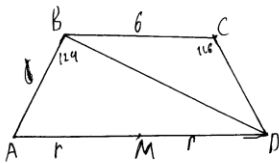
Ответ: 12

Типичные ошибки

В решении задачи № 26 школьники нередко использовали тот факт, что сумма противоположных углов данного в условии четырехугольника равна 180° , либо без какого-либо обоснования, либо ссылаясь на свойство углов произвольного четырехугольника. В первом случае решение оценивалось не выше чем в 1 балл, во втором случае – в 0 баллов.

С реализацией способа решения, представленного в критериях, мы сталкиваемся в Примере 21.

ЗАДАЧА № 26 (ПРИМЕР 21)

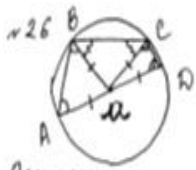


*точки A, B, C, D - вершины углов равноудалены от точки M ⇒ точки A, B, C, D лежат на одной окружности с центром в точке M
т.к. M лежит на AD ⇒ AD = 2R ⇒ MP = AM = R ⇒ AD = 2r - диаметр окр. ⇒ ~~AD = 2r~~*

Оценка эксперта: 2 балла.

$\angle ABD = 90^\circ$ т.к. AD - диаметр окр. на которой лежит точка B
 $\Rightarrow \angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 124^\circ - 90^\circ = 34^\circ \Rightarrow$
 $\angle CDB = 180^\circ - \angle DBC - \angle BCD = 180^\circ - 116^\circ - 34^\circ = 30^\circ \Rightarrow$
 $AD = 2r = \frac{BC}{\sin \angle DBC} = \frac{6}{\sin 30^\circ} = \frac{6}{0,5} = 12$
 Ответ: 12

ЗАДАЧА № 26 (ПРИМЕР 22). Способ 2: Описанная окружность и равносторонний треугольник



Дано: $ABCD$ - выпуклый четырехугольник
 $AM = MD = MC = MB$
 $BC = 6$; $\angle B = 124^\circ$; $\angle C = 116^\circ$
 Найти: AD .

Решение:

1. Т.к. $MB = MC = MD = AM$, то вокруг $ABCD$ можно описать окружность с $R = MC \Rightarrow$
 \rightarrow по св-ву противоположных $\angle\angle$ описанного четырехугольника:
 $\left. \begin{array}{l} \angle A + \angle C = 180^\circ \\ \angle B + \angle D = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle A = 180 - 116 = 64^\circ$
 $\angle B = 124^\circ$

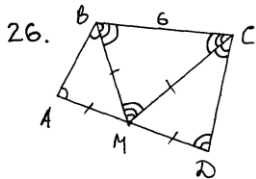
2. Ресм. $\triangle ABM$; $AM = BM \Rightarrow \triangle ABM$ равнобедр. $\Rightarrow \angle A = \angle ABM = 64^\circ$
 $\rightarrow \angle CBM = \angle B - \angle ABM = 124^\circ - 64^\circ = 60^\circ \Rightarrow$

\Rightarrow Ресм. $\triangle MBC$
 $BM = MC \Rightarrow \triangle MBC$ равнобедр. \Rightarrow
 $\Rightarrow \angle CBM = \angle BCM = 60^\circ \Rightarrow \angle CMB = 180^\circ - 2 \cdot 60^\circ = 60^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle MBC$ - равносторонний \Rightarrow
 $BC = BM = MC = 6$
 Т.к. $AM = MD = MB = MC$ - по усл.
 то $AD = AM + MD = 2 \cdot MB$
 $\Rightarrow AD = 2 \cdot 6 = 12$
 Ответ: 12.

Немного иной подход представлен в Примере 22. Доказывается, что треугольник BMC – равносторонний.

Оценка эксперта: 2 балла.

ЗАДАЧА № 26 (ПРИМЕР 23) Способ 3: Равнобедренные треугольники и подсчет углов



Дано: $ABCD$ - выпуклый четырехугольник
 $AM = MD = MB = MC$; $BC = 6$; $\angle ABC = 124^\circ$
 $\angle BCD = 116^\circ$
 Найти: AD

Решение:

1) $AM = MB \rightarrow \triangle ABM$ - равнобед $\rightarrow \angle A = \angle ABM = \angle 1$.
 $BM = MC \rightarrow \triangle BMC$ - равнобед $\rightarrow \angle MBC = \angle BCM = \angle 3$
 $MC = MD \rightarrow \triangle MCD$ - равнобед $\rightarrow \angle D = \angle MCD = \angle 2$

$$2) \begin{cases} \angle 1 + \angle 3 = 124 \\ \angle 2 + \angle 3 = 116 \end{cases} \cdot (-1) \quad + \begin{cases} \angle 1 + \angle 3 = 124 \\ -\angle 2 - \angle 3 = -116 \end{cases}$$

$$\hline \angle 1 - \angle 2 = 8$$

3) $\angle 1 + \angle 2 + 124 + 116 = 360$ (сумма $\angle\angle$ четырехугольника)
 $\angle 1 + \angle 2 = 120^\circ$

$$4) \begin{cases} \angle 1 + \angle 2 = 120 \\ \angle 1 - \angle 2 = 8 \end{cases}$$

$$\hline 2\angle 1 = 128$$

$$\angle 1 = 64^\circ$$

$$\angle 2 = 56^\circ$$

5) $\angle 1 = 64^\circ \rightarrow \angle 3 = 124 - 64 = 60^\circ \rightarrow$
 $\angle MBC = \angle BCM = 60^\circ$
 $\angle MBC + \angle BCM + \angle BMC = 180^\circ \rightarrow \angle BMC = 60^\circ$
 $\angle MBC = \angle BCM = \angle BMC = 60^\circ \rightarrow \triangle BMC$ - равностор.

6) $\triangle BMC$ - равностор $\rightarrow BC = MB = MC = 6$
 $MB = AM = MC = MD = 6$

7) $AD = AM + MD$
 $AD = 6 + 6 = 12$

Ответ: 12

В этом решении (Пример 23) школьник не использует свойства описанного четырехугольника и доказывает, что треугольник BMC равносторонний непосредственным подсчетом углов.

Оценка эксперта: 2 балла.

3.4. Выводы по разделу

1) Перечень элементов содержания / умений и видов деятельности, усвоение которых всеми школьниками региона в целом можно считать достаточным / не достаточным

Как отмечалось в пункте 2.3.3, процент неудовлетворительных и удовлетворительных отметок по ОГЭ по математике (52,3 %) не позволяет говорить, что существуют элементы содержания / умений и видов деятельности, усвоение которых всеми школьниками региона в целом можно считать достаточным. Более успешно школьники справляются с заданиями по разделу «Статистика и теория вероятностей», что, по всей видимости, связано с низким уровнем сложности заданий, выполнение которых не требует каких-либо алгебраических или геометрических знаний.

2) Изменения успешности выполнения заданий разных лет по одной теме / проверяемому умению, виду деятельности

Несмотря на то, что процент выполнения меняется от небольшой вариации содержания заданий, что также не позволяет заявлять о сформированных умениях и знаниях (примеры приведены в пункте 2.3.3), считаем, что нельзя считать достаточным уровень усвоения таких элементов содержания / умений и видов деятельности:

– Геометрические фигуры и их свойства. Многоугольники /Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами (1,9 %).

– Геометрические фигуры и их свойства. Многоугольники. Трапеции /Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами (3,1 %).

– Функция. Функция, описывающая обратно пропорциональную зависимость, её график. Гипербола /Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели (4 %).

– Геометрические фигуры и их свойства. Многоугольники. Параллелограмм /Уметь проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения (6,5 %).

– Текстовые задачи /Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели (10,2 %).

– Уравнения и неравенства. Уравнения высших степеней /Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций (14,8 %).

– Окружность и круг /Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами (29,5 %).

3) Возможными причинами получения выявленных типичных ошибок ответов могут являться как недостаточные знания учителей по математике, так и неверно используемые методики преподавания математики. Негативно влиять на качество усвоения математических знаний может общее развитие детей. Рекомендуется: организовать повышение квалификации учителей математики по вопросам содержания математического образования, по освоению различных методов и приёмов преподавания математики, по изучению психологических особенностей выпускников. Муниципальным и школьным методическим объединениям учителей математики рекомендуется включаться в работу по реализации комплексной модели повышения качества образования, проводить системную работу по мотивации подростков к обучению совместно с другими учителями-предметниками.

Предложения по возможным направлениям совершенствования организации и методики обучения школьников:

1. Совершенствовать организацию и методику обучения школьников математике возможно по следующим направлениям:
 - повышение квалификации учителей математики по содержанию и методике преподавания математики на уровне региона, муниципалитета, школы с учётом результатов оценочных процедур;
 - повышение активности работы сетевого сообщества учителей математики;
 - систематизация работы по повышению мотивации обучающихся к изучению математики;
 - создание и функционирование школьной системы оценки качества образования.

IV. РЕКОМЕНДАЦИИ

Рассмотрим применяемые в школах региона УМК при подготовке к ОГЭ
(в таблице указано примерное количество).

Таблица 9

№ п/п	УМК	Примерное количество участников ГИА	Из них – количество сдававших экзамен по предмету	Полученный средний балл
1.	Алгебра (в 2 частях) / Мордкович А. Г., П. В. Семенов (часть 1), / Мордкович А. Г., Александрова А. Л., Мишустина Т. Н. и др.; под ред. Мордковича А. Г. (часть 2) / Изд-во: Мнемозина	839	769	13,7
2.	Алгебра (углубленный уровень) (в 2 частях) / Мордкович А. Г. и др.; под ред. Мордковича А. Г. / Изд-во: Мнемозина	2 906	2 736	13,2
3.	Алгебра / Алимов Ш. А., Колягин Ю. М., Сидоров Ю. В. и др. / Изд-во: Просвещение	532	530	11,8
4.	Алгебра / Алимов Ш. А., Колягин Ю. М. / Изд-во: Просвещение	75	75	9,7
5.	Алгебра / Бунимович Е. А., Кузнецова Л. В., Минаева С. С. и др. / Изд-во: Просвещение	55	55	17,2
6.	Алгебра / Виленкин Н. Я., Сурвилло Г. С., Симонов А. С. / Изд-во: Просвещение	31	31	16,1
7.	Алгебра / Дорофеев Г. В., Суворова С. Б., Бунимович Е. А. и др. / Изд-во: Просвещение	343	342	11,2
8.	Алгебра / Зубарева И. И. / Изд-во: Мнемозина	106	106	15
9.	Алгебра / Колягин Ю. М., Ткачева М. В., Федорова Н. Е. и др. / Изд-во: Просвещение	867	861	13,5
10.	Алгебра / Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г., Нешков К. И. и др. / Под ред. Теляковского С. А. / Изд-во: Просвещение	8 152	7 755	10,8
11.	Алгебра / Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Якир М. С. / Под ред. Подольского В. Е. / Изд-во: Вентана-Граф	1 139	1 121	14,0
12.	Алгебра / Муравин Г.К., Муравин К. С., Муравина О. В. / Изд-во: Дрофа	246	245	12,2
13.	Алгебра / Никольский С. М., Потапов М. К., Решетников Н. Н. и др. / Изд-во: Просвещение	1 292	1 227	13,6
14.	Алгебра. / Мордкович А. Г, Звавич Л. А. и др. / Изд-во: Мнемозина	58	58	23,7
15.	Геометрия / Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б., Прасолов В. В. / Под ред. Садовниченко В. А.	1 358	1 108	11,8

№ п/п	УМК	Примерное количество участников ГИА	Из них – количество сдававших экзамен по предмету	Полученный средний балл
	/ Изд-во: Просвещение			
16.	Геометрия / Погорелов А. В. / Изд-во: Просвещение	1 185	1 160	16,5
17.	Геометрия 7-9. / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. / Изд-во: Просвещение	6 971	7 163	11,0
18.	Математика / Бурмистрова Т. А. / Изд-во: Просвещение	267	267	12,1
19.	Математика / Колмогоров А. Н. / Изд-во: Просвещение	20	20	10
20.	Математика: алгебра и геометрия / Козлов В. В., Никитин А. А., Белоносов В. С. и др. / Под ред. Козлова В. В. и Никитина А. А. / Изд-во: Русское слово-учебник	125	125	15,0

Из таблицы видно, что все применяемые УМК соответствуют требованиям подготовки к ОГЭ.

Приведённые в таблице данные говорят о том, что результаты ОГЭ (средний балл) не зависят от применяемых УМК. Так, среди тех, кто обучался по УМК «Алгебра: Мордкович А. Г.», средний балл варьируется от 8,8 до 23,7. Среди тех, кто обучался по УМК «Алгебра: под ред. Теляковского», средний балл варьируется от 6,5 до 13,3. Среди тех, кто изучал геометрию по УМК Погорелова А. В., есть со средним баллом 21, а есть и со средним баллом 12,1. То же самое касается остальных УМК.

Хотелось бы отметить, что, совершенно очевидно, все школы используют учебники, одобренные Министерством просвещения РФ, и значит, они все соответствуют требованиям подготовки к ОГЭ. Поэтому от выбора того или иного учебника по математике очень в малой степени зависит результат ОГЭ.

Рекомендации учителям-предметникам и для обсуждения на методических объединениях учителей-предметников мы рекомендуем:

1. Не подменять системное обучение математике на уроках формальной подготовкой к ОГЭ. Не забывать, что ОГЭ представляет собой лишь форму объективной оценки качества подготовки лиц, освоивших образовательные программы основного общего образования. Надо помогать учащимся освоить предмет, а не «натаскивать» на решение типичных задач.

2. Знакомить обучающихся с критериями оценивания заданий части с развернутым ответом с использованием размещённых на сайте ФИПИ «Методических рекомендаций для экспертов ПК»; обращать внимание учащихся на характерные ошибки участников экзамена с привлечением сканов работ прошлых лет.

3. Обратить внимание на открытые банки заданий ОГЭ по математике (см. информацию на сайте <http://www.fipi.ru/>). Их главная цель – дать представление о том, какие задания будут в вариантах ОГЭ по математике, и помочь выпускникам сориентироваться при подготовке к экзамену. Задания открытого банка помогут будущим выпускникам повторить (освоить) школьный курс математики, найти в своих знаниях слабые места и ликвидировать их до экзамена.

Выпускникам 2020 года рекомендуем:

1. Решайте задания в черновике в любом удобном для Вас порядке. Всегда держите в голове, что в любом задании с кратким ответом ответ существует, единственен и является целым числом, либо конечной десятичной дробью. Размерность, градусы, проценты и т.п. указывать не нужно. Перед тем как записать ответ, ещё раз внимательно прочтите текст задания (ту ли задачу Вы решали? ту ли величину Вы пишете в ответ?). Не забывайте выполнить проверку найденного решения! Аккуратно и правильно заполняйте бланк заданий с кратким ответом.

2. При выполнении заданий внимательнее читайте условие. Помните, что решение с другими числовыми данными оценивается в 0 баллов. Не тратьте время на переписывание заданий из КИМ. Поставьте только номер и запишите решение и ответ. При выполнении заданий с развернутым ответом переключайтесь на 10–15 минут для проверки условий и решений (ответов) заданий с кратким ответом.

V. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. ОГЭ 2019. Математика. 3 модуля. Типовые тестовые задания / под ред. И. В. Яценко. М., 2019.
2. ОГЭ 2019. Математика. Сборник экзаменационных тестов / А. Р. Рязановский, Д. Г. Мухин. М., 2019.
3. ОГЭ 2019. Математика. 20 тренировочных вариантов экзаменационных работ / под ред. И. В. Яценко. М., 2019.
4. ОГЭ 2019. Математика. Три модуля. 30 вариантов типовых тестовых заданий / под ред. И. В. Яценко. М., 2018.
5. ОГЭ 2019. Математика. Тематические тестовые задания / Ю. А. Глазков, И. К. Варшавский, М. Я. Гаиашвили. М., 2019.
6. ОГЭ 2019. Математика. Тематические тестовые задания. 2 модуля: алгебра, геометрия / С. С. Минаева, Н. Б. Мельникова. М., 2019.
7. ОГЭ 2019. Математика. Сборник заданий / Л. Д. Лаппо, М. А. Попов. М., 2018

ГАУ ДПО ИРО, РЦОИ

**Результаты государственной итоговой аттестации
в форме основного государственного экзамена
по математике в Иркутской области в 2019 году**

Методические рекомендации

Авторы-составители:

Максим Александрович Гаер,
Елена Сергеевна Лапшина,
Сергей Николаевич Марков

Подписано в печать 19.08.2019

Формат бумаги 60×84 1/16

Объем 2,25 усл. печ. л.

Заказ 19–302. Тираж 10 экз.

Отпечатано в оперативной типографии ГАУ ДПО ИРО

664023, г. Иркутск, ул. Лыткина, 75А, оф. 106

тел./факс: :8(3952)50-09-04

e-mail: info@iro38.ru