Министерство образования Иркутской области
Государственное автономное учреждение
дополнительного профессионального образования Иркутской области
«Институт развития образования Иркутской области»

Результаты государственной итоговой аттестации в форме основного государственного экзамена по математике в Иркутской области в 2017 году

Методические рекомендации

Иркутск, 2017

УДК 371.279
ББК 74.202.83

Рецензент: *М. В. Фалалеев*, д-р физ.-мат. наук, профессор, директор института математики, экономики и информатики ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет»

С. Н. Марков, Л. А. Осипенко, Е. С. Лапшина
Результаты государственной итоговой аттестации в форме основного государственного экзамена по математике в Иркутской области в 2017 году. Методические рекомендации / С. Н. Марков, канд. физ.- мат. наук, доцент; Л. А. Осипенко, канд. физ. - мат. наук, доцент; Е. С. Лапшина, канд. физ. - мат. наук, доцент; – Иркутск: ГАУ ДПО ИРО, 2017. – 23с.

В методических рекомендациях представлены статистические данные о результатах ОГЭ в Иркутской области. Проведен анализ типичных затруднений выпускников региона на ОГЭ по учебному предмету. Даны рекомендации по подготовке выпускников к ОГЭ.

Методические рекомендации предназначены для работников системы образования: специалистов органов управления образованием, специалистов организаций дополнительного профессионального образования, руководителей образовательных организаций и организаций среднего профессионального образования, учителей – предметников, могут быть интересны обучающимся, их родителям, представителям широкой общественности.

Статистические данные представлены региональным центром обработки информации (комплекс программ РИС ГИА-9).

УДК 371.279
ББК 74.202.83

СОДЕРЖАНИЕ

I. ОБЩИЕ ПОКАЗАТЕЛИ УЧАСТИЯ ИРКУТСКОЙ ОБЛАСТИ В ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

1.1. Количество зарегистрированных и принявших участие в ОГЭ в основной период

В 2017 году в Иркутской области государственная итоговая аттестация по математике для обучающихся, освоивших образовательные программы основного общего образования, проходила в форме основного государственного экзамена (ОГЭ) и в форме государственного выпускного экзамена (ГВЭ). Всего на ОГЭ было зарегистрировано 23 966 участников, приняли участие 23 710 обучающихся.

Таблица 1

Количество участников ОГЭ по математике

Год	2015	2016	2017
Количество участников	22 603	23 126	23 710

1.2. Статистические данные по результатам экзамена за основной период

В 2017 году в Иркутской области для оценки ОГЭ по математике использовалась шкала для перевода первичных баллов в отметки по пятибалльной шкале, рекомендованная Федеральным институтом педагогических измерений (ФГБНУ «ФИПИ»).

Для получения удовлетворительной оценки в 2015 году достаточно было набрать 6 баллов, из которых не менее 3 по блоку «Алгебра» и не менее 1 по блоку «Геометрия». В 2016 году для получения удовлетворительной оценки нужно было набрать 7 баллов, из которых не менее 3 по блоку «Алгебра» и не менее 2 по блоку «Геометрия». В 2017 году рекомендуемый минимальный результат выполнения экзаменационной работы – 8 баллов, набранные в сумме за выполнение заданий всех трёх модулей, при условии, что из них не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика».

Таблица 2

Система формирования общего балла

<table>
<tr><th>Модуль</th><th colspan="4">Максимальное количество баллов за одно задание</th><th colspan="3">Максимальное количество баллов</th></tr>
<tr><td rowspan="3">АЛГЕБРА</td><td>Часть 1</td><td colspan="3">Часть 2</td><td>Часть 1</td><td>Часть 2</td><td>В целом по алгебре</td></tr>
<tr><td>№ 1-8</td><td>№ 21</td><td>№ 22</td><td>№ 23</td><td rowspan="2">8</td><td rowspan="2">6</td><td rowspan="2">14</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="3">ГЕОМЕТРИЯ</td><td>Часть 1</td><td colspan="3">Часть 2</td><td>Часть 1</td><td>Часть 2</td><td>В целом по геометрии</td></tr>
<tr><td>№ 9-13</td><td>№ 21</td><td>№ 22</td><td>№ 23</td><td rowspan="2">5</td><td rowspan="2">6</td><td rowspan="2">11</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="3">РЕАЛЬНАЯ МАТЕМА-ТИКА</td><td>Часть 1</td><td colspan="3">Часть 2</td><td>Часть 1</td><td>Часть 2</td><td>В целом по реальной математике</td></tr>
<tr><td>№ 14-20</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td rowspan="2">7</td><td rowspan="2">-</td><td rowspan="2">7</td></tr>
<tr><td>1</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td></tr>
</table>

Если обучающийся не набрал хотя бы один минимум из четырех, то за экзамен выставляется неудовлетворительная отметка.

Таблица 3

Освоение основной общеобразовательной программы по математике

Год	2015	2016	2017
Процент участников, подтвердивших освоение ООП по математике	88,6	91,5	88,5

Динамика отметок участников ОГЭ по математике в 2015–2017 годах отражена в Таблице 4. Количество обучающихся, получивших отметку «отлично», увеличилось в сравнении в 2015–2016 годами. Это объясняется довольно сильным упрощением заданий второй части.

Таблица 4

Отметки участников ОГЭ по математике

Год	2015	2016	2017
Процент участников, получивших отметку «2»	12,0	8,5	11,5
Процент участников, получивших отметку «3»	65,2	44,5	40,3
Процент участников, получивших отметку «4»	16,2	38,6	37,7
Процент участников, получивших отметку «5»	6,6	8,4	10,5

Таблица 5

Средняя отметка и средний балл ОГЭ по математике

Год	2015	2016	2017
Средняя отметка	3,16	3,4	3,36
Средний первичный балл	12	13,4	13,67

Наибольший средний балл показали обучающиеся г. Иркутска (Свердловский район). Наименьший средний балл составил 9,75 (Чунское районное МО).

В таблице 6 представлен перечень образовательных организаций Иркутской области, показавших лучшие 10 результатов по величине среднего балла.

Таблица 6

Средний балл ОГЭ по математике в образовательных организациях

№	Муниципальное образование	Образовательная организация	Средний балл
1	Иркутск – Свердловский округ	МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска	24,3
2	Ангарское МО	МБОУ «СОШ № 10»	23,5
3	МО города Братска	МБОУ «Лицей № 1»	22,4
4	МО города Братска	МБОУ «Лицей № 2»	22,2
5	Иркутск – Правобережный округ	МБОУ г. Иркутска лицей № 3	21,9
6	Иркутск – Свердловский округ	НОУ «Лицей № 36 ОАО «РЖД»	20,8
7	Иркутск – Свердловский округ	МБОУ г. Иркутска СОШ № 64	20,5
8	Иркутск – Октябрьский округ	МБОУ Гимназия № 44 г. Иркутска	19,7

№	Муниципальное образование	Образовательная организация	Средний балл
9	Иркутск – Свердловский округ	МАОУ г. Иркутска гимназия № 2	18,3
10	Ангарское МО	МАОУ «Гимназия № 8»	18,1

Из таблицы 7 видно, что наиболее высокий балл, как обычно, получили обучающиеся лицеев, гимназий и школ с углубленным изучением отдельных предметов.

Таблица 7

Средний первичный балл по типам образовательных организаций

Тип образовательной организации	Количество участников	Средний балл
Вечерняя (сменная) общеобразовательная школа	61	7,7
Гимназия	1 184	17,9
Кадетская школа-интернат	80	13,9
Лицей	1 517	19,5
Лицей-интернат	99	17,0
Основная общеобразовательная школа	612	11,0
Основная общеобразовательная школа-интернат	44	12,9
Открытая (сменная) общеобразовательная школа	105	7,7
Специальная (коррекционная) общеобразовательная школа	13	17,7
Специальная (коррекционная) школа-интернат	16	14,7
Средняя общеобразовательная школа	18 990	13,0
Средняя общеобразовательная школа с углубленным изучением отдельных предметов	755	18,3
Средняя общеобразовательная школа-интернат	147	14,5
Центр образования	61	12,0
Школа-интернат для детей-сирот и детей, оставшихся без попечения родителей	26	14,5

Основная часть обучающихся средних общеобразовательных школ получила результат на полбалла ниже среднего. Худшие результаты у вечерних (сменных) школ.

II. АНАЛИЗ СОДЕРЖАНИЯ И УСПЕШНОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ

2.1. Изменения в КИМ 2017 г. в сравнении с прошлым годом[1]

Структура экзаменационной работы в 2017 году по сравнению с 2016 годом в целом не изменилась. Контрольные измерительные материалы состоят из трех модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». В модули «Алгебра» и «Геометрия» входят две части, соответствующие уровням математической компетентности – базовому и повышенному; в модуль «Реальная математика» – одна часть, соответствующая базовому уровню.

Вторые части модулей «Алгебра» и «Геометрия» направлены на проверку владения материалом на более высоком уровне. Эти части содержат задания повышенного уровня сложности из различных разделов курса математики. Все задания требуют записи решений и ответа. Задания расположены в порядке возрастания сложности.

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: 8 заданий в части 1 (№ 1–8), 3 задания в части 2 (№ 21–23). В модуле «Геометрия» 8 заданий: 5 заданий в части 1 (№ 9–13), 3 задания в части 2 (№ 24–26). Модуль «Реальная математика» представлен 7 заданиями в части 1 (№ 14–20).

2.2. Распределение заданий по уровням сложности

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня, 4 задания повышенного уровня и 2 задания высокого уровня. Среди заданий базового уровня 4 задания с выбором ответа и 16 заданий с кратким ответом.

В критериях оценивания выполнения заданий второй части произошли существенные изменения: каждое задание второй части теперь оценивается в два балла.

В таблице 2 приводится система формирования общего балла. Максимальное количество баллов, которое может получить обучающийся за выполнение всей экзаменационной работы, – 32.

2.3. Анализ выполнения заданий части 1

Первая часть экзаменационной работы, направленная на проверку уровня базовой подготовки, включала задания по следующим содержательным блокам: числа и вычисления, алгебраические выражения, уравнения и неравенства, числовые последовательности, функции и графики, геометрия, статистика и теория вероятностей.

Верное решение каждой задачи первой части оценивалось 1 баллом, неверное или отсутствие ответа – 0. Таким образом, максимальное количество баллов, которое можно было получить за решение первой части работы, – 20, что соответствует оценке 4 («хорошо»).

---

[1] Основные положения данного раздела соответствуют «Спецификации контрольных измерительных материалов для проведения в 2017 году основного государственного экзамена по математике», подготовленной Федеральным государственным бюджетным научным учреждением «Федеральный институт педагогических измерений»

Ниже в таблицах 8, 9 и 10 представлены результаты выполнения заданий каждого модуля (в процентах) и их содержание.

Таблица 8

Выполнение учащимися заданий по алгебре

№ задания	Содержание задания по АЛГЕБРЕ	Процент выполнения	
		2016 г.	**2017 г.**
1	Произвести арифметические действия	70,4	91,6
2	Сравнить числа, изображенные точками на координатной прямой	85,6	83,8
3	Преобразовать алгебраическое выражение, определить принадлежность данному числовому множеству	56,0	59,7
4	Решить уравнение (линейное / квадратное / дробно-линейное)	68,5	67,6
5	Установить соответствие между графиком и формулой	75,7	75,9
6	Найти член заданной последовательности	59,6	60,3
7	Упростить буквенное выражение и вычислить его значение при заданном значении параметра	44,9	45,2
8	Определить множество решений неравенства (системы неравенств)	55,2	67,4

Таблица 9

Выполнение учащимися заданий по геометрии

№ задания	Содержание задания по ГЕОМЕТРИИ	Процент выполнения	
		2016 г.	**2017 г.**
9	Задача по теме «Треугольники»	78,1	50,6
10	Задача на свойства вписанных углов и касательных к окружности	60,1	37,6
11	Задача по теме «Четырехугольники»	63, 9	73,3
12	Найти параметры фигуры по рисунку на клетчатой бумаге	71,7	80,6
13	Выбрать верное утверждение относительно свойств геометрических фигур	57,8	62,9

Таблица 10

Выполнение учащимися заданий по реальной математике

№ задания	Содержание задания по РЕАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ	Процент выполнения	
		2016 г.	**2017 г.**
14	Используя таблицу, определить требуемую величину	79,7	72,0
15	Используя график, определить требуемую величину	75,8	82,4
16	Расчетная задача, связанная с отношением, пропорциональностью величин	64,3	68,2
17	Решить практическую задачу, связанную с нахождением геометрических величин	76,0	69,3
18	Изучив диаграмму или числовые данные, выбрать нужные утверждения.	89,4	87,2
19	Найти вероятность случайного события	53,3	60,7
20	Подставить в формулу числовое значение и вычислить	54,2	43,2

Сравнительный анализ заданий в 2016 году и в 2017 как по алгебре, так и по геометрии показал, что они содержательно во многом сходны. Таблицы 8–10 демонстрируют несущественное различие результатов их выполнения в 2016 и 2017 гг.

Традиционно наибольшую сложность для обучающихся представляет задание № 7 по алгебре, требующее владения алгебраическими тождественными преобразованиями выражений.

Примеры заданий части 1

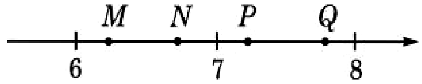
(ЗАДАНИЯ ИЗ ОТКРЫТОГО БАНКА ЗАДАНИЙ ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ)

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения 6,7 + 2,9.

Ответ: 9,6

2 Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{62}$. Какая это точка?



1) точка ***M*** **2)** точка ***N*** **3)** точка ***P*** **4)** точка ***Q***

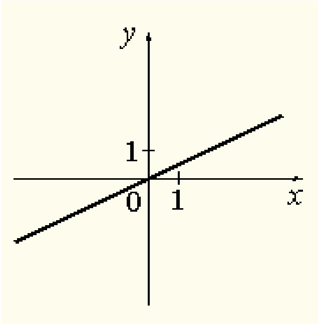
3 Какое из данных ниже выражений при любых значениях *n* равно произведению $49\cdot7^n$?

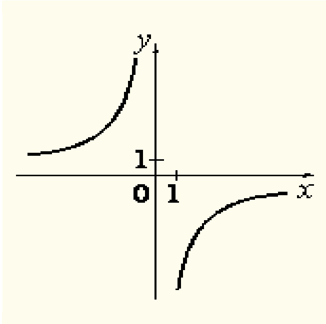
1) 7^{2n} **2)** 49^n **3)** 7^{n+2} **4)** 343^{n+2}

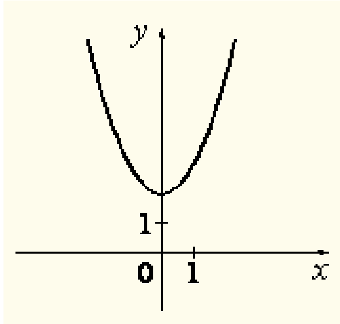
4 Решите уравнение $(x-2)(-x-1)=0$. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: -1

5 Для каждой функции, заданной формулой, укажите номер её графика.

А


Б


В


1) $y=\frac{x}{2}$ 2) $y=x^2+2$ 3) $y=-\frac{4}{x}$

А	Б	В

Ответ запишите в виде трёхзначного числа, например, 231.

Ответ: 132

6 Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии:
$\ldots; -3;\ x;\ -27;\ -81;\ \ldots$. Найдите x.

Ответ: -9

7 Найдите значение выражения $\frac{a^2-16}{2a^2+8a}$ при $a=-0{,}2$.

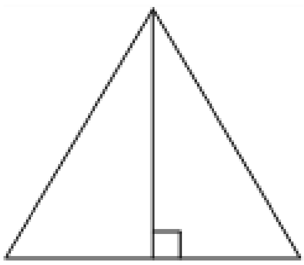
Ответ: 10,5

8 Укажите решение неравенства $7x+9<9x-8$?

1) $(-0{,}5;\ +\infty)$ $\boxed{2)}$ $(8{,}5;\ +\infty)$ **3)** $(-\infty;\ 8{,}5)$ **4)** $(-\infty;\ -0{,}5)$

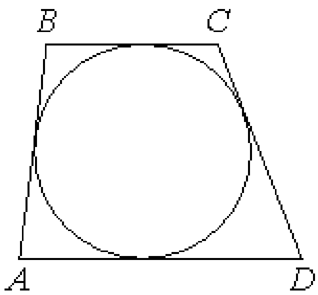
Модуль «Геометрия»

9 Сторона равностороннего треугольника равна $14\sqrt{3}$. Найдите высоту этого треугольника.



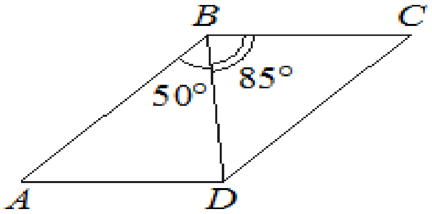
Ответ: 21

10 Трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC описана около окружности, $AB = 10$, $BC = 6$, $CD = 12$. Найдите AD.



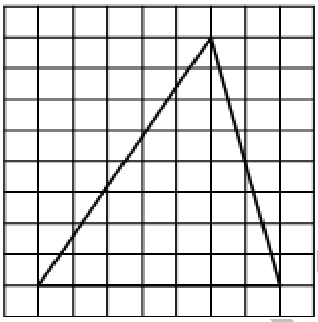
Ответ: 16

11 Диагональ *BD* параллелограмма *ABCD* образует с его сторонами углы, равные 50° и 85°. Найдите меньший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



Ответ: 45

12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: 28

13 Какие из следующих утверждений верны?

1) Площадь треугольника меньше произведения двух его сторон.
2) Через данную точку плоскости можно провести только одну прямую.
3) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: 13 (или 31)

Модуль «Реальная математика»

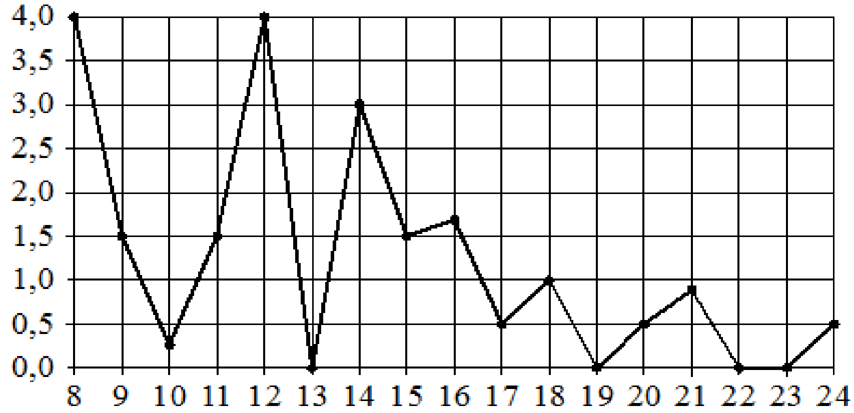
14 В таблице приведены нормативы по бегу на 30 м для учеников 11 класса.

	Мальчики			**Девочки**		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время, сек.	4,4	4,7	5,1	5,0	5,3	5,7

Какую оценку получит мальчик, пробежавший 30 м за 4,5 секунды?

1) «5» $\boxed{2}$) «4» **3**) «3» **4**) «норматив не выполнен»

15 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода в Томске выпадало более 2 миллиметров осадков.



Ответ: 3

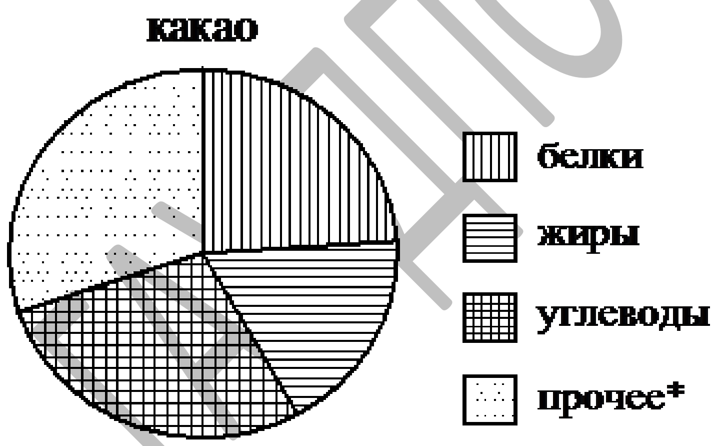
16 Стоимость проезда в электропоезде составляет 119 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей будет стоить проезд для 5 взрослых и 28 школьников?

Ответ: 2261

17 Найдите угол, который образуют минутная и часовая стрелки часов в 17:00. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 150

18 На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао-порошке. Определите по диаграмме, содержание каких веществ наименьшее.



*к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества

1) белки **2**) жиры **3**) углеводы **4**) прочее

В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.

19 В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России.

Ответ: 0,55

20 Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой t(F) = 1,8 t(C)+ 32, где t(C) – температура в градусах Цельсия, t(F) – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует 50 градусов по шкале Цельсия?

Ответ: 122

2.4. Анализ выполнения заданий части 2

Задание части 2 считается выполненным верно, если обучающийся выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ. В этом случае ему выставляется полный балл, соответствующий данному заданию.

Если в решении допущена ошибка, не носящая принципиального характера и не влияющая на общую правильность хода решения, то учащемуся засчитывается балл на 1 меньше указанного. В этом случае задание также считаем выполненным. Максимальное количество баллов за вторую часть работы – 12.

В таблице 11 отражены данные о среднем проценте выполнения заданий. Результаты выполнения заданий части 2 в 2016 и 2017 годах достаточно близки. Небольшие различия, как правило, объясняются (как и в первой части) тем, что в этом году был избран более легкий / более сложный вариант задания.

К примеру, задача в задании № 21 в этом году была более стандартная, чем в прошлом. Типичное задание на решение алгебраического уравнения методом замены переменной. В прошлом году для решения задачи использовалось соображение, что сумма квадратов равна 0 только в случае равенства каждого из квадратов 0:

Задание № 21 (ОГЭ-2016 год)

Решите уравнение

$$(x^2-16)^2+(x^2-x-12)^2=0.$$

Поскольку этот прием меньше отрабатывается в школе, с заданием справилось в прошлом году всего 6,4 %, в то время как в этом году – 21,1 %.

Задача в задании № 22 в этом году более серьезная, чем в прошлые годы, ее тематика менее стандартная – это движение по окружности. Естественно, мы видим понижение процента выполнивших это задание в сравнении с предыдущим годом.

Таким образом, из статистики выполнения заданий ОГЭ в 2016–2017 годы нельзя сделать выводы ни об улучшении, ни об ухудшении математической подготовки обучающихся. Можно констатировать традиционные проблемы профильного образования: задания второй части решает незначительное число обучающихся Иркутской области.

Таблица 11

Основная статистика по выполнению заданий части 2

№ задания	Содержание задания	2017 год: Не приступавшие / набравшие 0 баллов по заданию (в %)	2017 год: Набравшие 1 или 2 балла по заданию (в %)	2017 год: Процент участников, набравших максимальный балл по заданию в 2017 году	2016 год: Процент участников, набравших максимальный балл по заданию в 2016 году
21	Решить уравнение или систему уравнений	74,5	25,5	21,1	6,4
22	Текстовая задача на составление уравнения	94,0	6,0	5,5	10,8
23	Построить график кусочно-заданной функции и ответить, используя график, на вопрос о количестве корней уравнения с параметром.	88,1	11,9	8,7	3,0
24	Геометрическая задача на вычисление	95,0	5,0	3,9	3,3
25	Геометрическая задача на доказательство	94,6	5,4	3,4	1,8
26	Геометрическая задача высокого уровня сложности	99,7	0,4	0,3	0,1

Примеры заданий части 2. Модуль «Алгебра»

Пример задания № 21. (Задание DA1518 из Открытого банка заданий ОГЭ по математике)

Решите уравнение $\frac{1}{x^2}+\frac{3}{x}-10=0$.

Решение.

Способ 1

Этот способ решения был предложен составителями экзаменационных материалов. Его применило подавляющее большинство обучающихся.

Обозначим $t=\frac{1}{x}$, тогда получаем уравнение $t^2+3t-10=0$. Отсюда, $t=-5$ и $t=2$, а значит, $x=-\frac{1}{5}$, $x=\frac{1}{2}$.

Ответ: $-\frac{1}{5}$; $\frac{1}{2}$.

Способ 2

Приведем левую часть уравнения к общему знаменателю: $\frac{1+3x-10x^2}{x^2} = 0$. Отсюда, $10x^2 - 3x - 1 = 0, x \neq 0$. Решая полученное квадратное уравнение, получаем два корня: $x = -\frac{1}{5}, x = \frac{1}{2}$.

<u>Ответ</u>: $-\frac{1}{5}; \frac{1}{2}$.

Типичные ошибки

1. Вычислительные ошибки;

2. Ошибки в формуле нахождения корней квадратного уравнения;

3. Распространенная ошибка допускалась в представлении ответа. Множество из двух корней уравнения описывалось как упорядоченная пара $\left(-\frac{1}{5}; \frac{1}{2}\right)$, что является ошибкой в математической символике;

4. Обучающиеся записывали корни в виде десятичных дробей и отбрасывали из ответа те из них, которые имели ненулевой период. К примеру, в ряде вариантов отброшенным числом было $\frac{2}{3} = 0{,}66 \ldots = 0,(6)$.

О критериях оценивания

Решение, в котором была допущена вычислительная ошибка, но с ее учетом доведенное до конца, оценивалось в 1 балл.

Подчеркнем, что ошибка в формуле нахождения корней квадратного уравнения не является вычислительной, и за ее допущение ставится 0 баллов.

Правильное решение с ошибкой в форме представления ответа – 1 балл.

Появление лишних корней в ответе в результате логической (не вычислительной) ошибки – 0 баллов.

<u>Пример задания № 22.</u> (Задание 99EDEC из Открытого банка заданий ОГЭ по математике)

Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставалось 3 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 6 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 5 км/ч меньше скорости второго.

<u>Решение.</u>

Способ 1

Пусть x км/ч – скорость первого бегуна, $(x + 5)$ км/ч – скорость второго бегуна. Так как второй бегун пробегает круг за $\frac{9}{10}$ часа, то длина круга равна $\frac{9}{10}(x + 5)$ км. Поскольку после 1 часа бега первому бегуну остается до конца круга 3 км, то составляем уравнение: $\frac{9}{10}(x + 5) = x + 3$, из которого находим $x = 15$ км/ч.

Этот алгебраический метод решения задачи предполагает ряд вариаций, зависящих от выбора неизвестной и способа выражения величин из уравнения. К примеру, при том же выборе неизвестной уравнение могло быть таким: $\frac{9}{10}(x+5) = x\left(1+\frac{3}{x}\right)$.

Ответ: 15 км/ч.

Способ 2

Некоторые обучающиеся решали задачу посредством составления системы линейных уравнений. Пусть y км/ч – скорость второго бегуна, x км – длина круга. Тогда имеем:

$$\begin{cases}(y-5)\cdot 1 = x-3\\ 0{,}9y = x\end{cases}, \text{ откуда } \begin{cases}x = 18\\ y = 20\end{cases}.$$

Таким образом, скорость первого бегуна равна $20 - 5 = 15$ км/ч.

Ответ: 15 км/ч.

Способ 3 (арифметический)

Пусть O – точка старта, A – точка нахождения первого бегуна через час бега, B – точка нахождения второго бегуна через час бега.

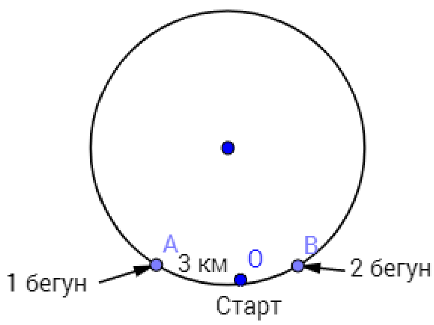


Рис. 1. К задаче №22

Тогда $AO = 3$ км (см. Рис. 1). Поскольку разница в скоростях бегунов составляет 5 км/ч, то через час бега расстояние между бегунами будет 5 км, то есть $AB = 5$ км. Значит, $BO = 5 - 3 = 2$ км – расстояние, которое второй бегун пробежал после точки старта за 6 минут, то есть 0,1 часа.

Отсюда, находим скорость второго бегуна: $2 : 0{,}1 = 20$ км/ч и соответственно скорость первого бегуна $20 - 5 = 15$ км/ч.

Ответ: 15 км/ч.

Типичные ошибки

1. Неверное составление математической модели;

2. Найдена и выписана в ответ скорость не первого, а второго бегуна. Решение оценивается в 0 баллов, так как допущена ошибка не вычислительного, а логического характера;

3. Вычислительные ошибки. Ошибки в формуле нахождения корней квадратного уравнения приводят к оценке в 0 баллов.

О критериях оценивания

Неверная математическая модель – 0 баллов.

На стадии ответа при правильном решении перепутаны бегуны – 1 балл. Найдена и выписана в ответ скорость не первого, а второго бегуна – 0 баллов.

Решение, в котором была допущена вычислительная ошибка, но с ее учетом доведенное до конца, оценивалось в 1 балл. Ошибка в формуле нахождения корней квадратного уравнения не является вычислительной, и за ее допущение ставится 0 баллов.

<u>**Пример задания № 23.**</u> (Задание 93A1CB из Открытого банка заданий ОГЭ по математике)

Постройте график функции:

$$y = \begin{cases} x^2 - 4x + 5 \text{ при } x \geq 1, \\ x + 1 \text{ при } x < 1. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

<u>Решение.</u> График функции $y = x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1$ представляет собой параболу, ветви которой направлены вверх, с вершиной в точке $(2; 1)$. Парабола пересекает ось ординат в точке (0;5).График линейной функции $y = x + 1$ – прямая.

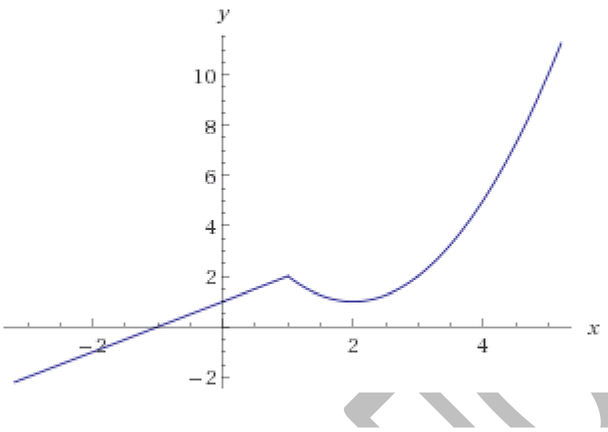


Рис. 2 к задаче № 23

Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки при $m = 1$ и $m = 2$.

<u>Ответ</u>: $m = 1$ и $m = 2$.

Замечание к решению задачи № 23. В решении должно быть проведено обоснование построения графика. Обоснование построения параболы должно включать в себя указание координат вершины параболы и ещё какую-либо точку (нули функции, точку пересечения с осью ординат и т. п.). График должен быть построен с сохранением масштаба и без вычислительных ошибок.

Типичные ошибки

1) График представлен как совокупность параболы и прямой, построенных при всех значениях $x \in (-\infty, +\infty)$. Это принципиальная ошибка, и такое «решение» оценивалось в 0 баллов.

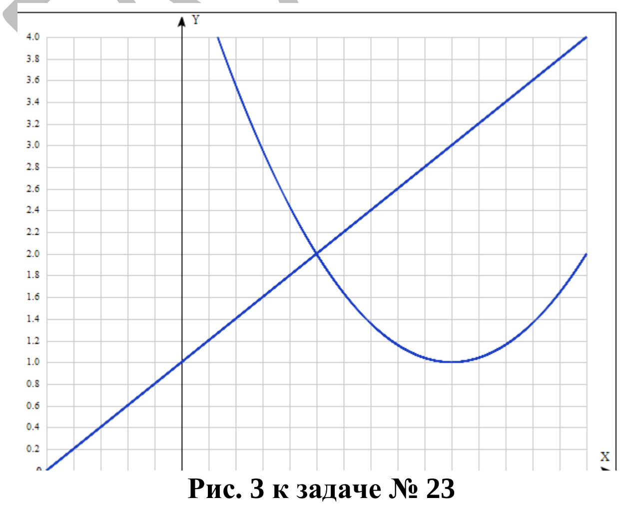


Рис. 3 к задаче № 23

2) Небрежное построение графика. Например, парабола «спрямлялась», то есть график строился как совокупность отрезков, полностью или частично, как например, на рисунке ниже. Часто это было связано с тем, что школьник не владеет понятием «парабола», строит график по точкам.

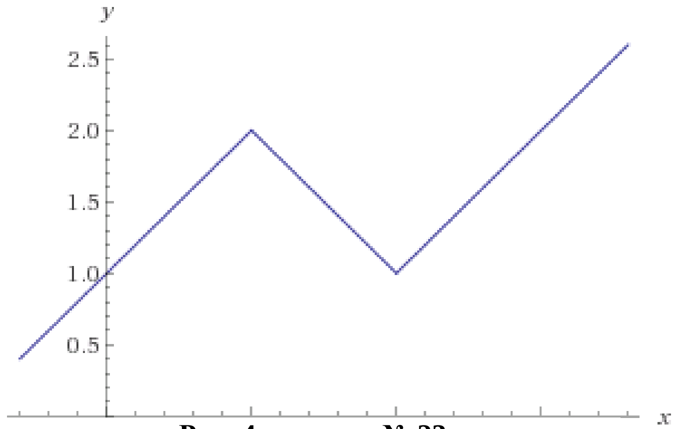


Рис. 4 к задаче № 23

Либо ветви параболы не в тех точках пересекали оси, сдвигалась вершина. В таком случае при отсутствии аналитических выкладок решение оценивалось в 0 баллов.

3) Особенно частыми были ошибки, связанные с изображением точки стыка.

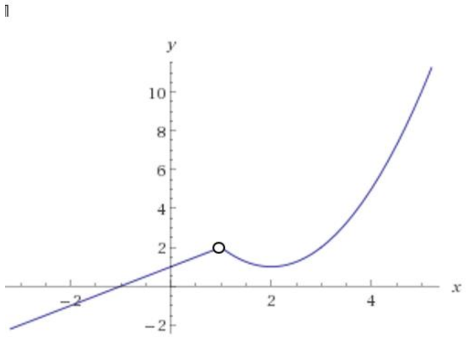


Рис. 5 к задаче № 23

Во многих работах она выкалывалась на графике, хотя исходная функция является непрерывной. В этом случае решение оценивалось в 0 баллов.

4) Ошибка в представлении ответа. Множество из двух элементов 1 и 2 (которое можно задать перечислением элементов либо так: $m = 1$ и $m = 2$, либо с использованием теоретико-множественной символики: $\{1;2\}$) описывалось как упорядоченная пара $(1;\ 2)$.

О критериях оценивания

Неверно построенный график (даже при верном ответе на вопрос о числе точек пересечения) – 0 баллов. К этому критериальному случаю относятся решения, в которых нет аналитических пояснений и при этом график построен небрежно, со сдвигами, с нарушением масштаба, неверной вершиной и\или нулями функции, решения с выколотой точкой стыка.

Небольшой недочет в построении графика – 1 балл.

Недостаточная обоснованность построения – 1 балл.

Ошибка в ответе на вопрос задачи о количестве точек пересечения при правильном графике – 1 балл.

Правильное решение с ошибкой в форме представления ответа – 1 балл.

Примеры заданий части 2. Модуль «Геометрия»

<u>Пример задания № 24.</u> (Задание 2E1F4A из Открытого банка заданий ОГЭ по математике)

Точка *H* является основанием высоты *BH*, проведенной из вершины прямого угла *B* прямоугольного треугольника *ABC*. Окружность с диаметром *BH* пересекает стороны *AB* и *CB* в точках *P* и *K* соответственно. Найдите *PK*, если *BH*=13.

<u>Решение.</u>

Способ 1

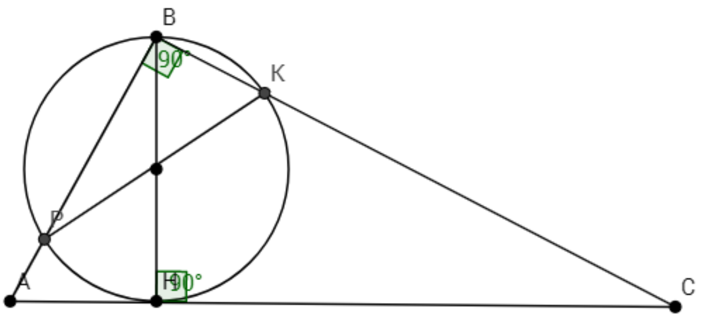


Рис. 6 к задаче № 24

Так как вписанный угол *PBK* равен 90^0, то *PK* – диаметр окружности. Значит, *PK*=*BH*=13.

<u>Ответ</u>: 13

Способ 2

Для описанного треугольника *PBK* по теореме синусов имеем: $\frac{PK}{\sin \angle PBC} = 2R = 13$. Так как $\angle PBC = 90^0$, то получаем $PK = 13$.

<u>Ответ</u>: 13

Типичные ошибки и критерии оценивания

В решении задачи № 24 ключевым является обоснование того, что *PK* – диаметр окружности. Многие «решения» этой задачи содержали логический круг: *PK* – диаметр, так как центр окружности *O* лежит на *PK*. А почему точка *O* лежит на *PK* – не обосновано. Скорее всего, просто видно из чертежа. Такие решения оценивались в 0 баллов.

<u>Пример задания №25.</u> (Задание 8A0155 из Открытого банка заданий ОГЭ по математике)

На средней линии трапеции *ABCD* с основаниями *AD* и *BC* выбрали произвольную точку *K*. Докажите, что сумма площадей треугольников *BKC* и *AKD* равна половине площади трапеции.

<u>Доказательство.</u>

Проведем высоту H_1H_2 через точку *K*. По свойству средней линии трапеции равны отрезки $H_1K = H_2K$=*h*. Тогда:

$S_{BKC} + S_{AKD} = \frac{h \cdot BC}{2} + \frac{h \cdot AD}{2} = h \cdot \frac{BC+AD}{2}$, а с другой стороны,

$S_{\text{ABCD}} = \frac{1}{2} \cdot 2h \cdot (BC + AD) = h \cdot (BC + AD) = 2 \cdot (S_{BKC} + S_{AKD})$.

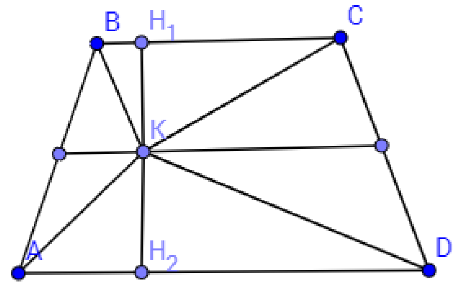


Рис. 7 К задаче № 25

Типичные ошибки и критерии оценивания

1. Ошибка в формулировке геометрической теоремы (в частности, ошибка в формуле площади трапеции) не является вычислительной. Решение с такой ошибкой оценивается в 0 баллов.
2. В решении должно быть обосновано равенство отрезков, на которые разбивается высота трапеции средней линией. Обосновать равенство можно было, к примеру, ссылкой на свойство средней линии трапеции, либо ссылкой на теорему Фалеса. Отсутствие этого обоснования при правильном решении приводило к оценке решения в 1 балл.

Пример задания № 26.

Окружности радиусов 4 и 60 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D – на второй. При этом AC и BD – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD.

Решение.

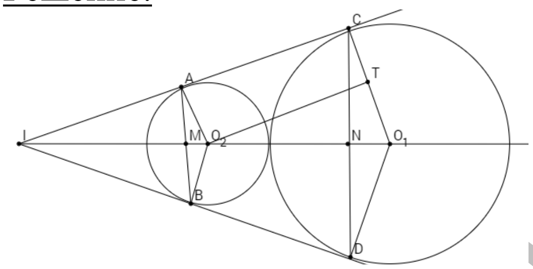


Рис. 8 к задаче №26

Пусть M и N – точки пересечения AB и CD с прямой O_1O_2 соответственно. Проведем перпендикуляр O_2T к O_1C.

MN – искомое расстояние между прямыми AB и CD. Из прямоугольного треугольника O_1O_2T находим

$$\cos\angle O_1O_2\mathrm{C} = \frac{O_1T}{O_1O_2} = \frac{60-4}{60+4} = \frac{7}{8}.$$

Далее, $MN = O_1O_2 - O_1N + MO_2 = 64 - O_1C\cdot\cos\angle O_1O_2\mathrm{C} + O_2A\cdot\cos\angle O_1O_2\mathrm{C} =$

$$= 64 - (60-4)\cdot\frac{7}{8} = 15.$$

Ответ: 15

Замечание к решению задачи № 26. С этим заданием справилось около 0,3 % экзаменуемых (в 2016 году – 0,1 %). Довольно низкий процент, если учитывать, что для высокого уровня сложности эта задача довольно стандартна и уже не раз встречалась на экзаменах (пробных и т. д.) прошлых лет. Она существенно проще задачи № 26 из вариантов прошлого года.

Типичные ошибки и критерии оценивания

Решений этого задания было представлено очень мало. Недостаточное обоснование одного из используемых геометрических фактов влекло понижение баллов до 1 или 0.

III. ВЫВОДЫ

Статистические показатели выполнения заданий ОГЭ по математике 2017 года сопоставимы с показателями 2016 года. Незначительные различия в ту или иную сторону связаны непринципиальным усложнением или упрощением соответствующего задания. Это позволяет сделать вывод о том, что уровень математической подготовки обучающихся Иркутской области остается примерно прежним.

Подчеркнем, что при анализе результатов ОГЭ по математике необходимо учитывать следующее:

1) Статистика выполнения заданий недостаточно достоверна. Имеются случаи нарушения правил написания экзамена по математике. Реальные знания обучающихся 9 класса по математике хуже тех, которые отражены в представленных результатах.

2) Небольшое усложнение заданий первой части может привести к повышению процента неудовлетворительных оценок до 40 % и больше. Практика показывает, что достаточно в отдельном задании первой части добавить дополнительную арифметическую операцию (или заменить квадрат на ромб, рациональное число – на иррациональное и т. д.) и при формальном сохранении содержания задания и уровня его сложности процент его выполнения упадёт в несколько раз. Обучающиеся хорошего уровня подготовки этих изменений даже не заметят, а многие «тройки» превратятся в «двойки».

IV. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ОГЭ

О содержании математической подготовки

Вопросы и проблемы базовой подготовки к ОГЭ подробно освещены в учебно-методической литературе и периодических изданиях.

На основе анализа результатов ОГЭ и ошибок, допущенных в решениях заданий второй части экзамена, региональная предметная комиссия рекомендует обратить особое внимание следующим проблемам.

1) Непонимание природы множества рациональных и множества иррациональных чисел. Обучающиеся не знают связи между формами представления рационального числа в виде обыкновенной и в виде десятичной дроби, не умеют записывать периодическую десятичную дробь, теряются при получении таковой в ответе, пытаются округлить ответ.

2) Многие обучающиеся строят графики простейших функций по точкам, не владеют элементарными навыками построения графиков линейной и квадратичной функции. Особое внимание нужно уделить построению графиков кусочно-заданных функций.

3) Обучающийся должен понимать, что в решении геометрической задачи *необходимо* обоснование геометрических выкладок: должны быть выполнены ссылки на соответствующие теоремы. Чертеж при этом формально необязателен, но аккуратный грамотный чертеж помогает решению и часто может быть расценен как частичное обоснование выкладок доказательства.

Об информированности в вопросах, связанных с подготовкой к ОГЭ и с процедурами ОГЭ

Девятиклассникам и учителям Иркутской области рекомендуем использовать при подготовке к ОГЭ материалы, подготавливаемые и рассылаемые РПК Иркутской области по математике в течение учебного года. Так, в течение прошлого учебного года РПК подготовила и разослала для учителей и учащихся области (по более чем 700 эл. адресам) 22 файла с вариантами заданий части 1 и части 2 и с различными наборами заданий частей 1 и 2 в формате ОГЭ-2017 с ответами, указаниями или краткими решениями и другой полезной информацией. Отметим, что в последние два года <u>все</u> задания части 2 ОГЭ по математике были взяты из <u>открытой</u> части банка заданий ОГЭ; и <u>в наших рассылках уже содержались все эти задания вместе с ответами</u>.

О повышении квалификации образовательных кадров

Статистика 2017 года показывает, что очень небольшое количество обучающихся решает (полностью или частично) задания второй части ОГЭ. Это еще раз свидетельствует о проблемах профильного математического образования в Иркутской области. В связи с этим предлагаем увеличить внимание специальной предметной подготовке учителей математики. Рекомендуем:

1) проведение для учителей математики различных курсов повышения квалификации по решению математических задач *профильного уровня*;
2) проведение для учителей математики конкурсов профессионального мастерства, направленных на обучение методам решения нестандартных

математических задач.

V. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

При подготовке к экзамену, помимо учебников, по которым ведется преподавание, рекомендуется использовать материалы, рассылаемые РПК по математике, сборники, подготовленные кафедрой математики МИОО и материалы, размещённые на сайтах http://www.fipi.ru, http://obrnadzor.gov.ru, http://www.opengia.ru.

Рекомендуем использовать также следующие издания:

1. ОГЭ 2017. Математика. 3 модуля. Типовые тестовые задания. Под ред. Ященко И. В.
2. ОГЭ 2017. Математика. Сборник экзаменационных тестов. Рязановский А. Р., Мухин Д. Г.
3. ОГЭ 2017. Математика. 20 тренировочных вариантов экзаменационных работ. Под. ред. Ященко И. В.
4. ОГЭ 2017. Математика. Три модуля. 30 вариантов типовых тестовых заданий. Под ред. Ященко И. В.
5. ОГЭ 2017. Математика. Тематические тестовые задания. Глазков Ю. А., Варшавский И. К., Гаиашвили М. Я.
6. ОГЭ 2017. Математика. Тематические тестовые задания. Три модуля: алгебра, геометрия, реальная математика. Минаева С. С., Мельникова Н. Б.
7. ОГЭ 2017. Математика. Практикум по выполнению типовых тестовых заданий. Лаппо Л. Д., Попов М. А.

Результаты государственной итоговой аттестации в форме основного государственного экзамена по математике в Иркутской области в 2017 году

Методические рекомендации

Авторы-составители:

Сергей Николаевич Марков
Лариса Анатольевна Осипенко
Елена Сергеевна Лапшина

Подписано в печать 21.08.2017
Формат бумаги 60×84 1/8
Объем 1,44 усл. печ. л.
Заказ 17-456. Тираж: 10 экз.
Отпечатано в оперативной типографии ГАУ ДПО ИРО
664023, г. Иркутск, ул. Лыткина, 75А, оф.106

тел./факс:(3952)537787
e-mail: info@iro38.ru